



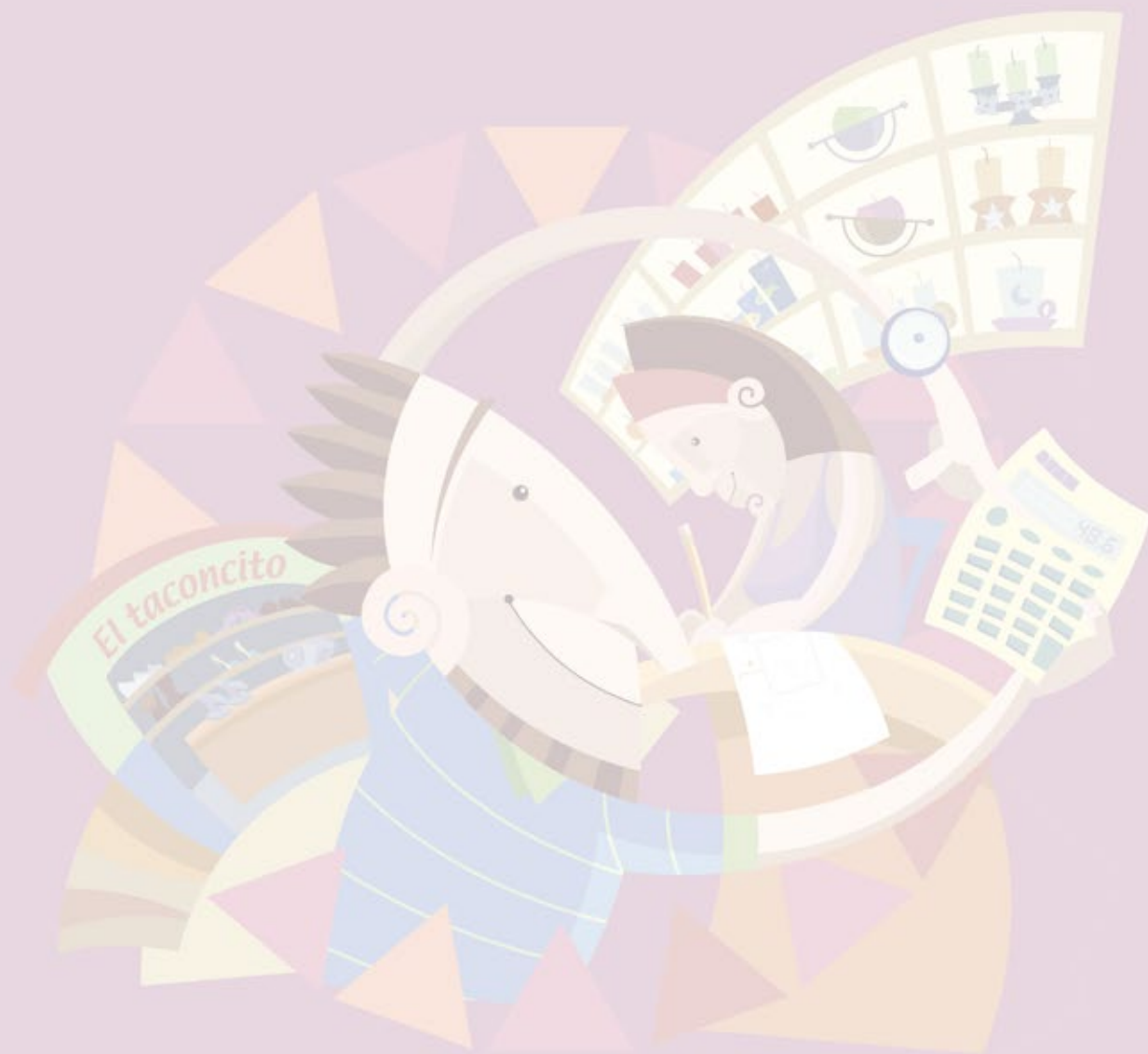
Operaciones **avanzadas**



Libro del adulto

Mi nombre es: _____

Vivo en: _____



DIRECTORIO
Esteban Moctezuma Barragán
Secretario de Educación Pública

Rodolfo Lara Ponte
Director General del INEA

Créditos de la presente edición

Coordinación general
Celia del Socorro Solís Sánchez

Coordinación académica
María Esther Amador Gómez
María del Rocío Guzmán Miranda

Autoría
María Esther Amador Gómez

Actualización de contenidos
Luz Daniela Itandehui Ramos Banda
María del Rocío Guzmán Miranda

Revisión
María del Rocío Guzmán Miranda
Rosa Elvira Páez
Luis Ramírez Flores
María de Lourdes Aravedo Reséndiz
Sofía Arce y Paredes
Rubén Gutiérrez Ramos
Alonso Carrillo García

Dirección gráfica y cuidado de la edición
Greta Sánchez Muñoz
Adriana Barraza Hernández

Apoyo al cuidado de la edición
Hugo Fernández Alonso

Seguimiento editorial
María del Carmen Cano Aguilar

Revisión editorial
Gabriel Nieblas Sánchez
Hugo Fernández Alonso

Diseño e ilustración de portada
Ricardo Figueroa Cisneros

Diagramación
Jesús García Morales

Ilustración de interiores
María Isabel Gómez Guízar
Ricardo Pérez Rovira
Gabriel Loyo Romero
Ricardo Martínez Hernández
Maya Selene García López
Ismael David Nieto Vital
Mario Grimaldo González
Víctor Sandoval Ibáñez
Ernesto Arce Ortega

Fotografía
Greta Sánchez Muñoz
Mahonry Díaz Piñera

Este material tiene como antecedente los contenidos de la primera edición. Coordinación académica: Araceli Limón Segovia. Autoría: Araceli Limón Segovia, Marco Antonio García Juárez, Patricia Limón Segovia, María Mireya Torres Galicia. Colaboradoras: Irma Susana Millán Rojano, Carlos Nicanor Ramos. Revisión de actividades: Rosa Emma González Bernal. Revisión de estilo: José Luis Chagolla Remigio. Lectoras: Fabiola Rubí Márquez Hernández, Mónica Edith Villanueva Vilchis. Coordinación gráfica y cuidado de la edición: Greta Sánchez Muñoz, Laura Sainz Olivares. Diseño: Jaime Baldenegro M., Ricardo Figueroa Cisneros. Diagramación: Gustavo Amador R. Ilustración: José Luis Novoa, Jonathan González, Alejandro Salazar. Fotografía: Pedro Tzontémoc, Christa Cowrie.

Operaciones avanzadas. Libro del adulto. D. R. 2000 ©Instituto Nacional para la Educación de los Adultos INEA. Francisco Márquez 160, Col. Condesa, Alcaldía Cuauhtémoc, Ciudad de México. C. P. 06140. 3ª edición actualizada 2017.

Esta obra es propiedad intelectual de su autora, y los derechos de publicación han sido legalmente transferidos al INEA. Prohibida su reproducción parcial o total por cualquier medio, sin autorización escrita de su legítimo titular de derechos.

Algunas veces no fue posible encontrar la propiedad de los derechos de algunos textos aquí reproducidos. La intención es ayudar a personas sin educación básica, y sin fines de lucro. Si usted conoce la fuente de alguna referencia sin crédito, agradeceremos establecer contacto con nosotros para otorgar el crédito correspondiente.

ISBN *Modelo Educación para la Vida y el Trabajo*. Obra completa: 970-23-0274-9
ISBN *Operaciones avanzadas*. Libro del adulto: 970-23-0700-7

Impreso en México, 2019.

Índice

<i>Estimada persona joven o adulta</i>	6
<i>Propósitos del módulo</i>	7
<i>Estructura del módulo</i>	8
<i>Recomendaciones generales</i>	13

UNIDAD 1 Números con signo 14

Actividad 1. Frío o caliente	16
NÚMEROS CON SIGNO	
Actividad 2. La atmósfera	25
SUMA Y RESTA DE NÚMEROS CON SIGNO	
Actividad 3. ¿En abonos?	33
MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS CON SIGNO	
Autoevaluación Unidad 1	42

UNIDAD 2 Aplicaciones de los números con signo 44

Actividad 4. Los meridianos	46
PLANO CARTESIANO	
Actividad 5. “Pirámide”, ¿negocio o fraude?	54
POTENCIAS	
Actividad 6. Alimentos y energía	67
JERARQUÍA DE OPERACIONES	
Actividad 7. Nanotecnología	74
NOTACIÓN CIENTÍFICA	
Autoevaluación Unidad 2	78

UNIDAD 3 Expresiones algebraicas**80**

Actividad 8. El trabajo de don Chuy	82
USO DE LAS LITERALES	
Actividad 9. Un derecho ciudadano	92
REGULARIDADES Y PATRONES	
Actividad 10. La experiencia hace la diferencia	105
USO DEL LENGUAJE ALGEBRAICO	
Autoevaluación Unidad 3	113

UNIDAD 4 Ecuaciones de primer grado**118**

Actividad 11. Con un poco de ingenio	120
NOCIÓN DE ECUACIÓN	
Actividad 12. El cambio	126
ECUACIONES DE LA FORMA $x + a = b$ Y $a - x = b$	
Actividad 13. Agua malgastada	137
ECUACIONES DE LA FORMA $ax = b$ Y $\frac{x}{a} = b$	
Actividad 14. Grandes construcciones	148
ECUACIONES DE LA FORMA $ax + b = c$ Y $\frac{x}{a} + b = c$	
Autoevaluación Unidad 4	158

UNIDAD 5 Relaciones en el plano cartesiano**162**

Actividad 15. Botella llena	164
PROBLEMAS CON DOS VARIABLES	
Actividad 16. ¡Factura!	173
GRÁFICA DE LA RELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES	
Actividad 17. ¿Cuál le conviene más?	181
PROBLEMAS CON DOS VARIABLES	
Autoevaluación Unidad 5	188

UNIDAD 6 Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas

192

Actividad 18. Yoloxóchitl	194
RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS POR LOS MÉTODOS DE SUSTITUCIÓN Y DE SUMA Y RESTA	
Actividad 19. La tienda familiar	205
RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS POR LOS MÉTODOS DE SUSTITUCIÓN, DE SUMA Y RESTA Y GRÁFICO	
Autoevaluación Unidad 6	216

UNIDAD 7 Monomios y polinomios

220

Actividad 20. Cuando el río corre	222
NOCIÓN DE MONOMIO Y POLINOMIO	
Actividad 21. Carpetas	228
SUMA Y RESTA DE MONOMIOS Y POLINOMIOS	
Actividad 22. Repartición de tierra	235
MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS Y DE UN POLINOMIO POR UN MONOMIO	
Autoevaluación Unidad 7	242

UNIDAD 8 Teorema de Pitágoras

244

Actividad 23. Evalúe su masa corporal	246
POTENCIAS CUADRADAS	
Actividad 24. Grandes puentes	253
APLICACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS	
Autoevaluación Unidad 8	260
Autoevaluación del módulo	265
Respuestas a las actividades y auto evaluaciones	278
Respuestas a la Autoevaluación del módulo	356

Estimada persona joven o adulta

Nos da gusto que haya decidido continuar sus estudios de educación básica en el Instituto Nacional para la Educación de los Adultos.



Usted ha elegido el módulo *Operaciones avanzadas*. Al resolver las actividades que en él se plantean, aplicará lo que ha aprendido en su vida diaria.

Propósitos del módulo

En este módulo, usted:

- Leerá, escribirá y comparará números con signo.
- Realizará operaciones de números con signo.
- Conocerá el lenguaje algebraico y utilizará letras para representar variables.
- Resolverá problemas que involucran el planteamiento y la resolución de ecuaciones sencillas de primer grado con una incógnita.
- Empleará el plano cartesiano para ubicar puntos a partir de sus coordenadas, y viceversa, a partir de un punto encontrará sus coordenadas.
- Resolverá problemas que involucran el planteamiento y la resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.
- Resolverá sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas por los métodos de sustitución, suma o resta, y gráfico.
- Resolverá problemas aplicando el teorema de Pitágoras.

Estructura del módulo

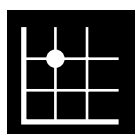
El módulo *Operaciones avanzadas* contiene los siguientes materiales:



Libro del adulto

Las unidades que conforman el Libro del adulto se integran con actividades relacionadas con situaciones de la vida cotidiana.

Las actividades se identifican con un logo que permite visualizar la principal tarea matemática a desarrollar:



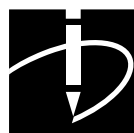
Localizar



Medir



Contar y calcular



Diseñar

Operaciones avanzadas

Propósito: *Usted ubicará puntos en el plano cartesiano a partir de sus coordenadas (s, y); y viceversa, a partir de la posición de un punto en el plano obtendrá las coordenadas correspondientes.*

Actividad 4 Los meridianos

¿Sabe usted cómo se localizan puntos en la Tierra? ¿Alguna vez ha visto un globo terráqueo? Comente con su asesor o asesora.

El globo terráqueo es un modelo que representa la Tierra desde una perspectiva tridimensional y a escala.

Para localizar puntos en un globo terráqueo, este se ha dividido en grados ($^{\circ}$), marcados por medio de líneas.

Los llamados meridianos, que van del polo norte al polo sur, indican la longitud. El meridiano principal pasa por Greenwich, Inglaterra, y marca la longitud 0° .

Otras líneas cortan transversalmente al globo e indican la latitud. El ecuador marca la latitud 0° .

1 Lea la siguiente información y realice lo que se le pide.

Una forma de localizar puntos en un mapa es utilizando longitudes, las cuales se representan con signo positivo si están al este del meridiano de Greenwich y negativo si están al oeste. De igual forma, las latitudes que se representan con signo positivo están al norte del ecuador y con negativo, al sur.

46

Propósito: Enuncia lo que se espera que usted logre al realizar la actividad.


Número y nombre: Identifican la actividad.

Recuperar y compartir experiencias: Se realizan preguntas relacionadas con diversas actividades donde se utiliza el contenido a tratar.

Presentación: Información breve que da la oportunidad de saber algo más sobre un hecho o situación en la que se va a trabajar el contenido.

Situación problemática inicial: Se presenta una situación que usted resuelve con sus propias estrategias.

Libro del adulto



Así es, ve el termómetro, -13°C está por abajo de -4°C , que es de las temperaturas más bajas registradas en nuestro país. Y mucho más baja que 8°C , que es la temperatura registrada en un día de invierno en la capital de la República mexicana.

Resolvamos otros problemas

2 Use el signo + para representar temperaturas arriba de cero, y el signo -, para representar temperaturas bajo cero.

A) 3°C arriba de cero _____

B) 18°C bajo cero _____

C) 40°C bajo cero _____

D) 1°C bajo cero _____

E) 2°C arriba de cero _____

F) 36°C arriba de cero _____

19

Cómo resuelven otras personas una situación similar: Se incluyen ejemplos de cómo otras personas resuelven un problema similar al propuesto inicialmente.

Resolvamos otros problemas: Usted resolverá problemas en los que requiere aplicar lo aprendido en el desarrollo de la actividad.

Libro del adulto

B) ¿Qué números están a la misma distancia del cero pero en sentidos opuestos?

10 Si usted gasta \$35.00 al día y gana \$35.00 por día, ¿cuánto dinero le queda?


11 Coloque el símbolo = (igual), > (mayor que) o < (menor que) entre cada par de números.

-6.4	11.9	-4.0	-2.0	-8.7	1.6
-10.2	-6.5	-7.8	5.7	-2.9	-5.5
-8.7	-8.7	1.6	-6.4	-6.5	-5.7
4.0	-4.0	11.9	11.9	-4.0	-4.0
11.9	-8.7	-5.5	-2.0	-10.2	5.7

12 Escriba un posible número según lo indique el símbolo > (mayor que) o < (menor que).

9.3 > _____	28.9 < _____	0 < _____
0 > _____	17.8 > _____	223.9 < _____

- Los números positivos y negativos son llamados números con signo.
- Los números con signo pueden representarse en la recta numérica de la forma siguiente:



- El cero marca la división entre los números negativos y positivos. A la izquierda del cero se representan los negativos y a la derecha del cero, los positivos.

23

Cierre: Presenta información sobre el contenido matemático desarrollado en la actividad.

Para saber más: Sección con ejercicios que usted resolverá para reforzar los temas de la unidad a partir de los contenidos de la Revista *Lecturas de matemáticas* o los del Folleto de juegos.

Libro del adulto

Para saber más

En su Revista *Lecturas de matemáticas*, lea "Números, números y más números" y conteste las siguientes preguntas.

1. ¿Cómo se llaman los números que usamos para contar?

2. ¿Cómo surgen los números fraccionarios?

3. ¿Qué otro tipo de números conoce usted?

4. ¿Le parece interesante la historia de los números? ¿Por qué sí o no?


5. ¿Se le dificulta a usted pensar en números negativos? En caso de que sí, ¿por qué?

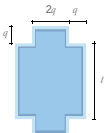
41

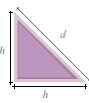
Operaciones avanzadas

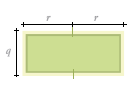
Autoevaluación Unidad 7


1 ¿Cuál es el perímetro de las siguientes figuras?

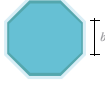












2 Relacione con una línea los monomios que son semejantes.

$-6c^2$	nm^2
nm^2	x
$7x$	$12nm^3$
$4nm^2$	$9c^2$

242

Autoevaluación de la unidad: En esta sección, usted resolverá problemas que requieren que aplique lo aprendido en la unidad correspondiente, con lo que podrá autoevaluar sus aprendizajes al término de cada unidad.

Operaciones avanzadas

Resuelva los siguientes problemas.

1) Analice la siguiente información.

El libro más antiguo que se conserva es del año 868, pues antes de dicha fecha se usaba el papiro y 3,000 años antes de nuestra era se usaban tablillas de barro. Fue hasta 1456 que se imprimió el primer libro, gracias a Gutenberg, quien en el siglo XV inventó la imprenta.

Con base en la información anterior, realice lo siguiente.

A) La línea anterior se conoce como línea de tiempo, debido a que en ella se pueden registrar acontecimientos importantes y ver cómo ocurrieron en el tiempo. Escriba en ella una **T** en la época que se usaron tablillas de barro.

B) Marque con una **L** cuándo se imprimió el primer libro.

C) ¿Cuántos años hay de diferencia entre el uso de las tablillas y el primer libro impreso?

D) Con una **A** marque cuándo se hizo el libro más antiguo que aún se conserva.

2) Escriba los símbolos > (mayor que), < (menor que) o = (igual), según sea el caso.

-13.9	<input type="checkbox"/>	10.4	7.08	<input type="checkbox"/>	7.7
-8.8	<input type="checkbox"/>	-7.3	-9.01	<input type="checkbox"/>	-5.9
-0.18	<input type="checkbox"/>	+1.6	9.56	<input type="checkbox"/>	-9.65
5.9	<input type="checkbox"/>	5.90	4.07	<input type="checkbox"/>	4.0700

266

Autoevaluación del módulo: En esta sección usted resolverá problemas que requieren que aplique lo aprendido al estudiar el módulo *Operaciones avanzadas*.

Respuestas a las actividades y autoevaluaciones: Presenta las respuestas correctas a las preguntas y problemas de cada actividad, así como las respuestas a la autoevaluación de cada unidad.

Respuestas a la Autoevaluación del módulo: Presenta las respuestas correctas a los problemas planteados en la Autoevaluación del módulo.

Hoja de avances: En esta hoja, su asesor o asesora registrará los avances que usted tiene al desarrollar las actividades de cada unidad.

No desprenda esta Hoja de avances de su libro porque se la pedirán al presentar su examen de acreditación del módulo.

El Libro del adulto relaciona los materiales del módulo, indica cuándo utilizar la calculadora, realizar una lectura de la Revista o jugar.

Recomendaciones generales



Recuerde consultar a su asesor o asesora si tiene dudas sobre un tema en particular.



Para que obtenga el mejor resultado al trabajar este módulo, le sugerimos lo siguiente.

- Lea con cuidado la actividad que va a resolver.
- Si es posible, comente con sus compañeros y su asesor o asesora de qué trata la actividad y cómo resuelve usted los problemas que se proponen en ella.
- Resuelva las actividades, al término de cada una, verifique sus respuestas en la sección Respuestas a las actividades y autoevaluaciones del Libro del adulto.
- Utilice la Revista *Lecturas de matemáticas*, el Folleto de juegos, la calculadora y la regla cuando se le indique en este libro.
- Al terminar de resolver los problemas de una unidad, conteste en el Libro del adulto la autoevaluación de la unidad correspondiente y compare sus respuestas con las que se incluyen en las Respuestas a las actividades y autoevaluaciones.
- Al concluir todas las actividades, resuelva la Autoevaluación del módulo. Al final del libro encontrará las respuestas a esta autoevaluación.

Recuerde consultar a su asesor o asesora si tiene dudas sobre una actividad en particular.



1

UNIDAD

Números con signo



En esta unidad, usted:

- Leerá, escribirá y comparará números con signo.
- Sumará y restará números con signo.
- Multiplicará y dividirá números con signo.

Propósito: *Usted leerá, escribirá y comparará números con signo.*

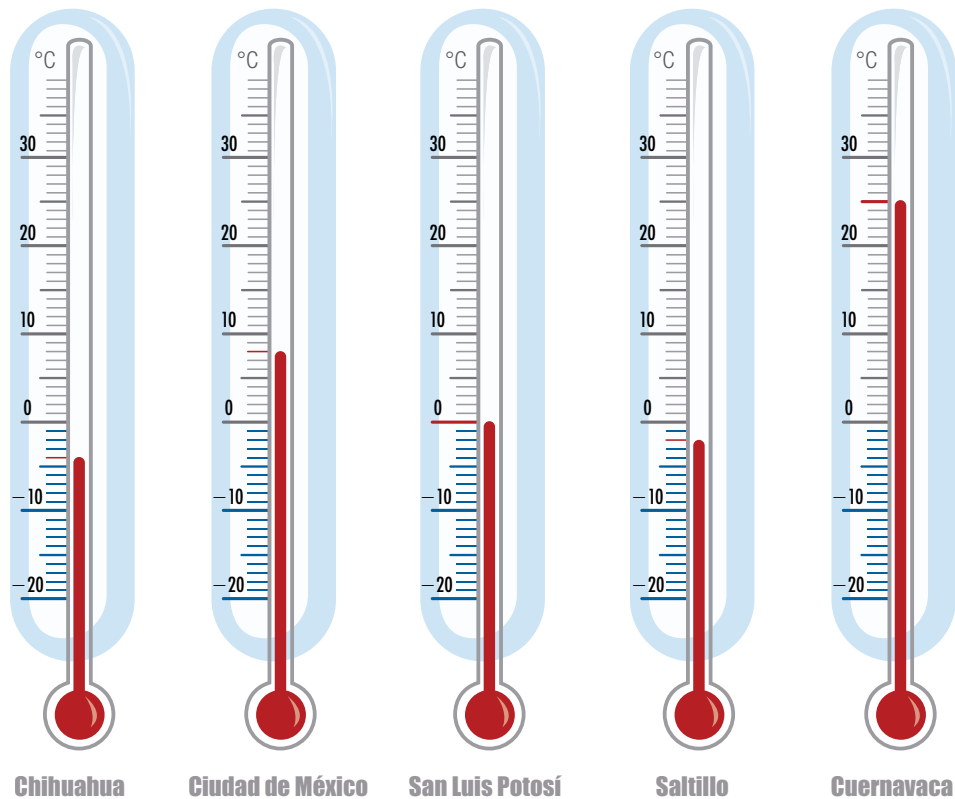
Actividad 1 Frío o caliente



¿Cómo es el clima del lugar donde usted vive? ¿Es frío o caliente? ¿Alguna vez ha tiritado de frío o se ha sentido de mal humor por el calor? Comente con su asesor o asesora.

El clima en nuestro planeta es variable; por ejemplo, en algunos lugares de Chihuahua hay temporadas en que se registran temperaturas de **48 °C** (centígrados), y otras en las que se llega hasta **8 °C** bajo cero.

- 1 Observe las temperaturas registradas en un día de invierno en distintos lugares de la República mexicana. Después conteste las preguntas que se plantean.



- A) ¿Qué ciudad tuvo la temperatura más alta el día que se realizaron dichos registros?
 _____ ¿Cuál, la más baja? _____
- B) ¿Qué ciudad tuvo una temperatura igual a cero grados centígrados?

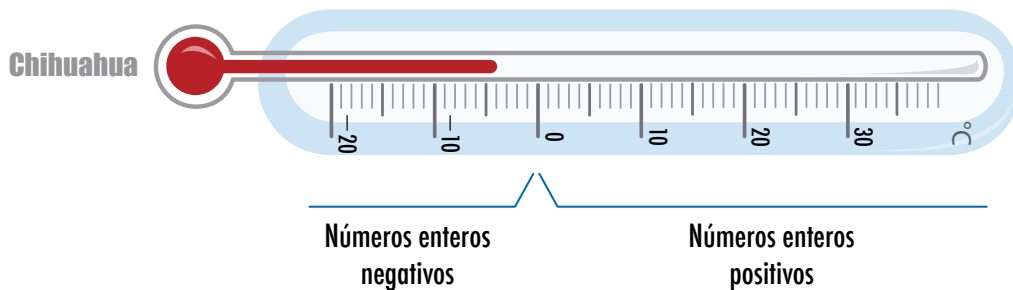
- C) ¿Qué ciudades tuvieron temperaturas más altas que Saltillo y San Luis Potosí?

- D) ¿Qué significa que una ciudad, comunidad o región tenga una temperatura bajo cero?

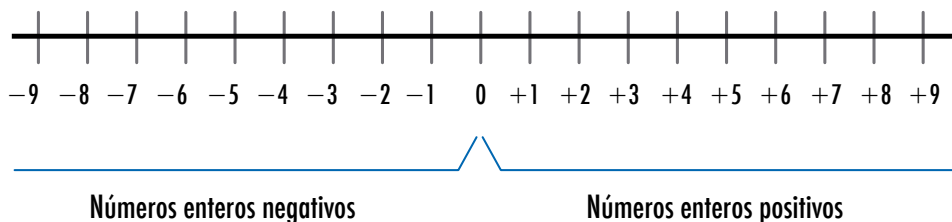
- E) ¿De qué otra manera puede usted escribir 2°C bajo cero?

- F) Comente con sus compañeros y asesor o asesora el tipo de problemas que enfrentan los habitantes de un lugar con una temperatura bajo cero.

Observe que en el termómetro, la temperatura se registra en una recta numérica.



Recta numérica



Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores, observe el razonamiento de Juan y Andrés al leer una noticia del periódico.

Internacional Quebec, a 13 °C bajo cero, se espera menos. **página 32**



EVENTOS

MÉXICO
DOMINGO 3 DE ENERO
2016
www.eventos.com

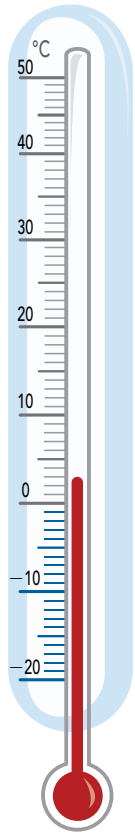
DIARIO DE VERDAD • AÑO 8, NÚMERO 2336 • \$12.00 •

Cuatro son las propuestas sobre financiamiento que están atoradas en San Lázaro Hasta 50% de recorte a partidos

¡Vamos a ver! Si dijera 13 °C, significaría que está por arriba del cero, es decir, positiva y que puede escribirse como +13 °C, pero como dice 13 °C bajo cero significa que la temperatura está por debajo del cero y se puede escribir como -13 °C.

Tienes razón, pero ¿eso quiere decir que la temperatura en Quebec, Canadá, es mucho más baja que en las ciudades mexicanas?





Así es, ve el termómetro, $-13\text{ }^{\circ}\text{C}$ está por abajo de $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$, que es de las temperaturas más bajas registradas en nuestro país. Y mucho más baja que $8\text{ }^{\circ}\text{C}$, que es la temperatura registrada en un día de invierno en la capital de la República mexicana.

Resolvamos otros problemas

- 2** Use el signo $+$ para representar temperaturas arriba de cero, y el signo $-$, para representar temperaturas bajo cero.
- A) $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ arriba de cero _____
 - B) $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ bajo cero _____
 - C) $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ bajo cero _____
 - D) $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ bajo cero _____
 - E) $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ arriba de cero _____
 - F) $36\text{ }^{\circ}\text{C}$ arriba de cero _____

- Los **números naturales** son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,...
- Los **números enteros** incluyen a los naturales, al cero y a los números negativos: ... -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,...
- Los **números positivos** pueden o no ser precedidos por el signo +. Por ejemplo, +5, +9, +234, 47, 8,945 son números positivos. Generalmente representan un aumento o incremento.
- Los **números negativos** siempre van precedidos del signo -. Por ejemplo, -6, -9, -47, -678 son números negativos. Generalmente se utilizan para representar una disminución o decremento, una deuda, una pérdida, etcétera.

3 Los refrigeradores caseros conservan los alimentos a +4 °C (centígrados). ¿Es una temperatura arriba de cero o bajo cero? _____
¿Por qué? _____

4 El planeta Tierra tiene una capa de gases llamada atmósfera, sin esta capa la temperatura de la Tierra sería aproximadamente de -18 °C. ¿Estaría por abajo o por arriba de la temperatura a la que usted está acostumbrado? _____

5 Ordene de mayor a menor las siguientes temperaturas, todas en grados centígrados: 16, -8, 0, -16, 7, +40, 100, -2, -1, 3, 19, 2.

6 La temperatura a la que hierve el agua es 100 °C y a la que se congela es 0 °C. Escriba las temperaturas usando el signo + si es mayor que cero, y el signo - si es menor que cero.

- 7 Analice la siguiente información y realice lo que se pide.

Se dice que hay déficit cuando los gastos de una persona, familia o sociedad son mayores a la cantidad de dinero que gana o requiere para satisfacer sus necesidades.



Por el contrario, se dice que hay superávit cuando los ingresos son mayores a los gastos.

Grupo	Ingreso por persona al día (\$)	Déficit o superávit en relación con el costo por persona de la Canasta Normativa Alimentaria urbana (\$)
1	9.04	-35.61
2	22.70	-21.95
3	33.47	-11.18
4	43.77	-0.88
5	54.32	9.67
6	67.62	22.97
7	83.28	38.63

Fuente: Elaboración propia con datos de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares 2014, del INEGI.

El costo por persona de la Canasta Normativa Alimentaria urbana es **\$44.65**.

- A) ¿Qué tipo de información se presenta en la tabla?

- B) ¿Qué grupo gasta más en alimentos por persona al día? _____

¿Cuál, menos? _____

- C) ¿Hay palabras en la tabla cuyo significado no conozca usted? _____

¿Cuáles? _____

D) Busque en su diccionario y comente con su asesor o asesora el significado de algunos términos de la tabla.

E) ¿Qué números negativos identifica en la tabla?

¿Qué representa el signo $-$ en el contexto de la información dada en la tabla?

F) ¿Qué representan las cantidades positivas? _____

G) ¿Qué cantidad de dinero requieren los integrantes del grupo **3** para cubrir el costo por persona de la Canasta Normativa Alimentaria urbana? _____



8 El costo de la Canasta Normativa Alimentaria rural es **\$31.99**. Si una persona solo tiene **\$18.20** para comida al día, ¿qué cantidad de dinero le falta para cubrir el mínimo supuesto?

A) ¿Qué signo le colocaría para representarlo? Escriba la cantidad usando dicho signo.

9 Ordene de menor a mayor los siguientes números.

$-6.4, 11.9, -4.0, -2.0, -8.7, 1.6, -10.2, -6.5, -7.8, 5.7, -2.9, -5.5, 4.0$

A) Ahora, ubíquelos en la siguiente recta numérica.



B) ¿Qué números están a la misma distancia del cero pero en sentidos opuestos?

10 Si usted gasta \$35.00 al día y gana \$35.00 por día, ¿cuánto dinero le queda?

11 Coloque el símbolo = (igual), > (mayor que) o < (menor que) entre cada par de números.

-6.4	<input type="text"/>	11.9	-4.0	<input type="text"/>	-2.0	-8.7	<input type="text"/>	1.6
-10.2	<input type="text"/>	-6.5	-7.8	<input type="text"/>	5.7	-2.9	<input type="text"/>	-5.5
-8.7	<input type="text"/>	-8.7	1.6	<input type="text"/>	-6.4	-6.5	<input type="text"/>	-5.7
4.0	<input type="text"/>	-4.0	11.9	<input type="text"/>	11.9	-4.0	<input type="text"/>	-4.0
11.9	<input type="text"/>	-8.7	-5.5	<input type="text"/>	-2.0	-10.2	<input type="text"/>	5.7

12 Escriba un posible número según lo indique el símbolo > (mayor que) o < (menor que).

9.3 > _____	28.9 < _____	0 < _____
0 > _____	17.8 > _____	223.9 < _____

- Los números positivos y negativos son llamados números con signo.
- Los números con signo pueden representarse en la recta numérica de la forma siguiente:



- El cero marca la división entre los números negativos y positivos. A la izquierda del cero se representan los negativos y a la derecha del cero, los positivos.

- El cero no es positivo ni negativo.
- Los números decimales como 1.2 o -3.5 se encuentran entre dos números enteros:



- Los números que tienen signo positivo se leen anteponiendo la palabra “más”. Por ejemplo, $+25$ se lee “más veinticinco”.
- Los números que tienen signo negativo se leen anteponiendo la palabra “menos”. Por ejemplo, -7 se lee “menos siete”.
- Cada número sobre la recta numérica tiene un **simétrico**, y es aquel que se encuentra a la misma distancia del cero que el número inicial, pero en sentido opuesto. Por ejemplo, -16 es el simétrico de $+16$, y viceversa.



- Cada punto de la recta numérica representa un número.
- Si hay dos puntos, a y b , en la recta numérica, solo una de las expresiones siguientes es cierta:
 - Si a se sobrepone a b , entonces $a = b$.
 - Si a está a la derecha de b , entonces $a > b$.
 - Si a está a la izquierda de b , entonces $a < b$.

Los símbolos significan: $=$, igual; $>$, mayor que; $<$, menor que.

Propósito: *Usted sumará y restará números con signo.*

Actividad 2 La atmósfera



¿Sabe a qué altura respecto del nivel del mar vive usted? ¿Alguna vez ha sentido los efectos del cambio de presión y de temperatura al viajar de un lugar a otro? Comente con su asesor o asesora.

Nuestro planeta tiene una capa gaseosa llamada atmósfera. La atmósfera ejerce una presión sobre la Tierra y todo lo que en ella se encuentra; además, regula la temperatura en la superficie de esta.

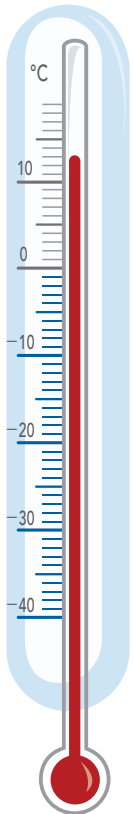
1 Lea la siguiente información.

La temperatura y la presión del aire cambian con la altura (altitud). Aunque la temperatura no depende solo de la altura, sino del tipo de suelo y de las nubes, entre otros factores.



Altura en metros con respecto al nivel del mar	Presión atmosférica en milímetros de mercurio (mm Hg)	Temperatura en grados centígrados (°C)
8,000	266.9	-37.0
6,000	353.8	-24.0
5,000	405.1	-17.5
4,000	462.3	-11.0
3,000	525.8	-4.5
2,000	596.2	2.0
1,000	674.1	8.5
0	760.0	15.0

Fuente: ILCE.



Con base en la información anterior, conteste las siguientes preguntas.

- A) ¿A qué altura respecto del nivel del mar hay mayor presión atmosférica?

- B) ¿A qué altura respecto del nivel del mar es posible encontrar una temperatura de $-17.5\text{ }^{\circ}\text{C}$? _____
- C) ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura medida a **2,000** metros de altura y la medida a **5,000**? _____
- D) ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura medida a **5,000** metros de altura y la medida a **8,000** metros de altura? _____
- E) Un avión registró una temperatura ambiental externa de $-11\text{ }^{\circ}\text{C}$ y unos minutos más tarde aumentó $13\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Qué temperatura alcanzó el ambiente externo? _____ ¿Estaba subiendo o bajando el avión?

Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores, observe la forma en que lo hacen María y Jacinto.

Yo uso una recta numérica para realizar operaciones.



Para sumar $(-7) + (-2)$, coloco mi pluma en -7 y la muevo 2 unidades a la izquierda, pues el 2 tiene un signo negativo. Así llega al -9 , por lo que $(-7) + (-2) = -9$.



Muy bien, pero si hubieras sumado $+2$, hubieras tenido que mover tu pluma 2 unidades a la derecha, $(-7) + (+2) = -5$.

Si la temperatura ambiente es $7.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y necesitamos congelar un alimento a $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿cuántos grados hay de diferencia?
Para saberlo, coloco mi pluma en 7.5 y la muevo hacia abajo, contando cuántas unidades hay hasta encontrar el -18 . Esto quiere decir que entre $7.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ hay $25.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ de diferencia.

Lo cual se puede representar así:

$$(+7.5) - (-18) = 25.5$$



Resolvamos otros problemas

- 2** Las integrantes de una cooperativa que hace muñecas compararon los precios a los que compraban el año pasado sus materiales con el precio al que compran este año.



Material	Cantidad	Año anterior (\$)	Año actual (\$)	Variación (\$)
Listón	rollo	75	89	+14
Botones	docena	6	5	-1
Tafetán (tela)	metro	8	10	+2
Dubetina (tela)	metro	25	31	+6
Ojitos	par	3	3	----
Hilo	carrete	7	5	-2

Con base en la información anterior, realice lo que se pide.

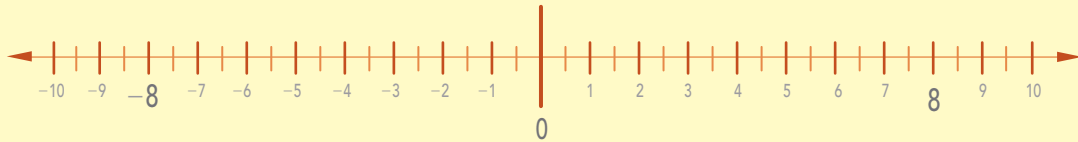
- A) Comparado con el año pasado, ¿cuánto más cuesta el rollo de listón este año? _____
- B) ¿Cuánto bajó de precio el carrete de hilo? _____ ¿Por qué el cambio está representado con un signo negativo? _____
- C) ¿Cuánto dinero gastarán más este año al comprar **2** rollos de listón y **4** carretes de hilo?

- D) ¿Por qué el cambio del precio del par de ojitos está representado por ---- ?

- E) ¿Cuánto dinero más gastarán al comprar **5** metros de dubetina y **5** docenas de botones?

- F) ¿La cooperativa tendrá que subir o bajar el precio de las muñecas? _____ ¿Por qué?

- El **valor absoluto** de un número es la distancia de dicho número respecto del origen, es decir, al cero. Por ejemplo, el valor absoluto de **8** y **-8** es **8**, porque ambos se encuentran a **8** unidades del origen.



- Para **sumar dos números con el mismo signo**, se suman ambos números y se deja el mismo signo.

Ejemplos.

$$(+9) + (+7) = +16$$

$$(-9) + (-7) = -16$$

- Para **sumar dos números con signo diferente**, se resta el número de menor valor absoluto al de mayor valor absoluto y se deja el signo del número de mayor valor absoluto.

Ejemplos.

$$(-5) + (+12) = +7$$

3 Realice las siguientes sumas.

A) $(+9) + (-5) =$

B) $(+12) + (8) =$

C) $(-3) + (+9) =$

D) $(-16) + (-35) =$

E) $(+42) + (-18) =$

F) $(-54) + (-89) =$

G) $(+91) + (-15) =$

H) $(-74) + (348) =$

I) $(-743) + (+66) =$

- 4 Analice la constancia de pago de salario de José y realice lo que se le pide.

Constancia de pago de salario del trabajador al servicio de
 www.ppsotoasesor.com
 RFC patronal: PPS-999999-AA9 Registro patronal SS: A99-99999-999

20 | 15

Nómina num: 1 Período: Del 06/may/2015 al 12/may/2015

Num. Nómina: 199 Nombre del trabajador: Jose Gutierrez Gonzalez Puesto: Supervisor RFC trabajador: GUGE999999

Num. Seg. Social: 99-99-99-9999-9 CURP: GUGJ120101HQTT Salario diario: \$1,000.00 SBC: \$1,045.20 Tipo salario: variable Jornada diaria: 8 hs Jornada semanal: 48 hs

Inasistencias justificadas: Inasistencias injustificadas:

<<-- Percepciones -->>		<<-- Deducciones -->>	
Salario días laborados:	\$ 6,000.00	Cuota obrera seguro social:	\$ - 198.01
7o. Día:	1,000.00	Isr a salarios o Subsidio a entregar:	- 1,663.85
Premio de asistencia:	600.00	Amortización crédito Infonavit:	- 500.00
Premio de puntualidad:	600.00	Pensión alimenticia:	- 744.74
Despensa en efectivo:	170.00		

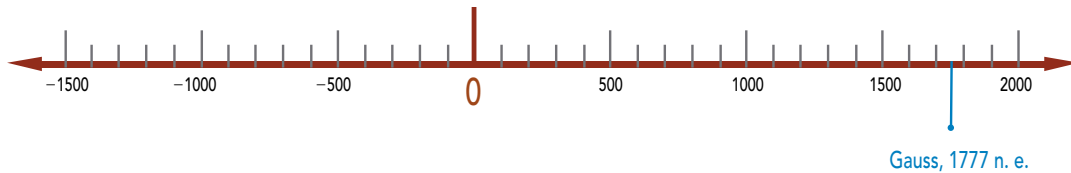
Neto a Pagar: \$5,263.40

Firma de recibido por el alcance neto especificado en este resumen, aceptando la veracidad de la información que aquí se especifica y de que no se me adeuda cantidad alguna por concepto de percepciones.

Firma del trabajador

- A) ¿Qué conceptos representan ingresos para José? _____
- _____
- _____
- B) ¿Cuánto le pagan por dichos conceptos? _____
- C) ¿Por cuántos conceptos le hacen descuentos? _____
- D) ¿Cuánto le descuentan en total? _____
- E) ¿Cuánto dinero cobró José del 6 al 12 de mayo _____
- 5 Gracias a la atmósfera, la temperatura promedio de la Tierra es 15°C . Sin la atmósfera, la temperatura sería aproximadamente -18°C . ¿Cuántos grados habría de diferencia en la Tierra? _____
- 6 Las fechas de nacimiento de algunos matemáticos importantes son: Fermat, 1601 n. e.; Gauss, 1777 n. e.; Pitágoras, 572 a. n. e.; Eratóstenes, 273 a. n. e.; Pappus, 300 n. e.; Cantor, 1845 n. e.; Euclides, 300 a. n. e.

- A) En la recta siguiente ubique las fechas de nacimiento en el tiempo. Recuerde que el nacimiento de Jesucristo fue en el año **0**, pues marca el inicio de la nueva era, y que “a. n. e.” significa “antes de nuestra era” y “n. e.” significa “de nuestra era”.



- B) Escriba las fechas de nacimiento usando los signos **+** y **-** en lugar de las abreviaturas **n. e.** y **a. n. e.** _____
- C) Calcule cuántos años han pasado del año de nacimiento de cada uno de los matemáticos a la fecha, 2017.
 Fermat, _____; Gauss, _____; Pitágoras, _____;
 Eratóstenes, _____; Pappus, _____; Cantor, _____;
 Euclides, _____.

7 Estudie y compare las siguientes sumas y restas.

$$(+9) + (-3) = +6$$

$$(+9) - (+3) = +6$$

$$(+9) + (+3) = +12$$

$$(+9) - (-3) = +12$$

$$(-9) + (-3) = -12$$

$$(-9) - (+3) = -12$$

$$(-9) + (+3) = -6$$

$$(-9) - (-3) = -6$$

- A) ¿Qué resultado obtiene al sumar **-3** a **9**? _____ ¿y cuál si resta **+3** al mismo número? _____
- B) ¿Qué resultado obtiene al sumar **+3** a **9**? _____ ¿y cuál si resta **-3** al mismo número? _____
- C) ¿Es cierto que al sumar **+3** da el mismo resultado que al restar **-3**, y que al sumar **-3** da el mismo resultado que al restar **+3**? _____

- Para **restar números con signo**, se cambia el signo del sustraendo y se procede como en la suma de números con signo.

Ejemplos.

$$(+8) - (+7) = 1 \text{ es igual que } (+8) + (-7) = 1$$

$$(-9) - (-4) = -5 \text{ es igual que } (-9) + (+4) = -5$$

- 8** Realice las siguientes restas.

A) $(+19) - (-8) =$

B) $(-17) - (+8) =$

C) $(-39) - (+9) =$

D) $(-61) - (-35) =$

E) $(+42) - (-18) =$

F) $(-50) - (-89) =$

G) $(+96) - (+25) =$

H) $(-47) - (34) =$

I) $(-743) - (+66) =$

- En resumen:

Para sumar dos números de igual signo, se suman y queda el mismo signo.

Ejemplo.

$$(-39) + (-10) = -49$$

Para sumar dos números de diferente signo, se resta el número de menor valor absoluto al de mayor valor absoluto y queda el signo del número de mayor valor absoluto.

Ejemplo.

$$(-45) + (+25) = -20$$

Para restar números con signo, se cambia el signo del sustraendo (en forma mental o escrita) y se procede como con la suma.

Ejemplo.

Para restar:

$$\begin{array}{r} \textit{minuendo} \\ -19 \\ - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textit{sustraendo} \\ -7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textit{resta o diferencia} \\ -12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Si se cambia} \\ -19 \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{en forma escrita} \\ +7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -12 \end{array}$$

Propósito: *Usted multiplicará y dividirá números con signo.*

Actividad 3 ¿En abonos?



¿Ha comprado usted a crédito o en abonos? ¿Los pagos que ha realizado son fijos e iguales? Comente con su asesor o asesora.

En ocasiones, la poca liquidez de nuestra economía nos obliga a comprar cosas en abonos. Generalmente, las tiendas que venden en abonos agregan un porcentaje de interés al precio final y lo dividen en un cierto número de pagos.

1 Analice las siguientes situaciones y utilizando números con signo realice lo que se pide.

- A) Si establece como cero las **0** horas del día de hoy, ¿dónde ubicaría **3** semanas antes en una recta numérica? _____
- B) ¿Dónde **8** semanas después? _____
¿Por qué? _____
- C) Escriba **3** semanas antes usando un número con signo: _____; y **8** semanas después. _____
- D) Ubique -3 y $+8$ en la siguiente recta numérica.



- E) Usando signos (+ y -) represente un depósito al banco de **\$100.00**: _____
Una deuda de **\$100.00**: _____
- F) Escriba una operación que represente la siguiente situación:
Juan planea ahorrar **\$100.00** cada mes durante **6** meses. ¿Cuánto dinero ahorrará?

G) Escriba una operación que represente la siguiente situación:

Los abonos de una pantalla plana son de **\$100.00**. Juan todavía debe **6** pagos, ¿cuánto dinero debe Juan?

H) Escriba una operación que represente la siguiente situación:

Juan ha ahorrado **\$100.00** cada mes durante los últimos **6** meses. ¿Cuánto dinero menos tenía hace **6** meses?

I) Escriba una operación que represente la siguiente situación:

Juan ha gastado **\$100.00** cada mes durante los últimos **6** meses. ¿Cuánto dinero más tenía hace **6** meses?

Analice los razonamientos que Silvia y Ricardo realizan ante situaciones como las anteriores.



En cambio, los abonos semanales de la lavadora son de \$50.00 y todavía debemos 8 abonos, ¿cuánto debemos aún?
 $(-50) \times (+8) = -400$
 es decir, todavía debemos \$400.00.

¡Mmmm! Si ahorramos \$200.00 a la semana durante 8 semanas:
 $(+200) \times (+8) = 1,600$
 tendremos \$1,600.00.



Mi hermano Antonio ha gastado de sus ahorros \$600.00 semanales durante las últimas 5 semanas. ¿Cuánto dinero más tenía antes de empezar a gastar?
 $(-600) \times (-5) = +3,000$
 es decir, tenía \$3,000.00 más.

Los vecinos han ahorrado \$300.00 semanales durante las últimas 3 semanas. ¿Cuánto dinero menos tenían hace 3 semanas?
 $(+300) \times (-3) = -900$
 tenían \$900.00 menos de lo que ahora tienen.

- Para **multiplicar dos números que tienen el mismo signo**, se multiplican ambos números y queda signo positivo.

Ejemplos.

$$(+6) \times (+8) = +48$$

$$(-9) \times (-7) = +63$$

- Para **multiplicar dos números que tienen signo diferente**, se multiplican ambos números y queda signo negativo.

Ejemplos.

$$(-5) \times (+12) = -60$$

$$(+16) \times (-15) = -240$$

Resolvamos otros problemas

- 2** Analice la siguiente información, después realice lo que se le pide.

Se dice que hay déficit cuando los gastos de una persona, familia o sociedad son mayores a la cantidad de dinero que gana o requiere para satisfacer sus necesidades.

Por el contrario, se dice que hay superávit cuando los ingresos son mayores a los gastos.

Grupo	Ingreso por persona al día (\$)	Déficit o superávit en relación con el costo por persona de la Canasta Normativa Alimentaria urbana (\$)
1	9.04	-35.61
2	22.70	-21.95
3	33.47	-11.18
4	43.77	-0.88
5	54.32	9.67
6	67.62	22.97
7	83.28	38.63

Fuente: Elaboración propia con datos de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares, 2014, del INEGI.

El costo por persona de la Canasta Normativa Alimentaria urbana es **\$44.65**.

- A) ¿Cuál es el costo por persona de la Canasta Normativa Alimentaria urbana?

- B) ¿Cuál es el ingreso diario por persona del grupo 5?

- C) Una persona del grupo 5, ¿qué superávit tiene en relación con el costo de la canasta básica? _____
- D) ¿Cuál es el déficit diario de una familia del grupo 4 que tiene 6 integrantes?

- E) ¿Cuál es el déficit diario de una familia del grupo 3 que tiene 4 integrantes?

- F) Una familia del grupo 1 tiene un déficit diario de $-\$178.05$, ¿cuántos integrantes son? _____
- G) Una familia del grupo 2 tiene un déficit diario de $-\$131.70$, ¿cuántos integrantes son? _____
- H) Una familia de 3 integrantes tiene un déficit diario de $-\$2.64$. ¿Cuál es su déficit diario por persona? _____ ¿A qué grupo pertenece la familia? _____
- I) ¿Cuál es el superávit diario de una familia del grupo 7 que tiene 3 integrantes?

- J) Una familia del grupo 6 tiene un superávit de $\$160.79$ diarios, ¿cuántos integrantes son? _____

3 Analice y compare las siguientes operaciones, después conteste las preguntas que se hacen.

$$(+6) \times (+4) = +24 \quad \text{por lo que} \quad (+24) \div (+6) = +4$$

$$(-6) \times (+4) = -24 \quad \text{por lo que} \quad (-24) \div (-6) = +4$$

$$(-6) \times (-4) = +24 \quad \text{por lo que} \quad (+24) \div (-6) = -4$$

$$(+6) \times (-4) = -24 \quad \text{por lo que} \quad (-24) \div (+6) = -4$$

- A) Al dividir dos números que tienen el mismo signo, ¿qué signo le queda al cociente (resultado)? _____
- B) Al dividir dos números que tienen diferente signo, ¿qué signo le queda al cociente (resultado)? _____

Observe el razonamiento de Lucy acerca de la división de números con signo.



Si conozco el producto y uno de los factores de la multiplicación, entonces puedo encontrar el factor desconocido dividiendo el producto entre el factor conocido.

Esto es:
$$\begin{array}{r} \text{factor} \quad 15 \\ \text{factor} \quad \times 8 \\ \hline 120 \end{array} \quad \text{entonces: } 120 \div 8 = 15$$

Veo que:

$$(+9) \times (+3) = +27 \quad \text{entonces} \quad (+27) \div (+3) = +9$$

$$(-9) \times (+3) = -27 \quad \text{entonces} \quad (-27) \div (+3) = -9$$

$$(-9) \times (-3) = +27 \quad \text{entonces} \quad (+27) \div (-3) = -9$$

$$(+9) \times (-3) = -27 \quad \text{entonces} \quad (-27) \div (-3) = +9$$

También observo que al dividir dos números que tienen el mismo signo, el resultado o cociente lleva signo positivo. Pero al dividir dos números que tienen signo diferente, el resultado o cociente lleva signo negativo.

4 Realice mentalmente las siguientes operaciones. Después verifique sus resultados con la calculadora.

- | | | |
|---------------------------|--------------------------|---------------------------|
| A) $(+9) \times (+8) =$ | B) $(+5) \times (-8) =$ | C) $(-9) \times (11) =$ |
| D) $(-10) \times (+30) =$ | E) $(+15) \times (+4) =$ | F) $(+7) \times (-10) =$ |
| G) $(+6) \times (-12) =$ | H) $(+34) \times (-4) =$ | I) $(-14) \times (6) =$ |
| J) $(-60) \times (+30) =$ | K) $(-41) \times (-5) =$ | L) $(+20) \times (-21) =$ |
| M) $(+45) \div (-5) =$ | N) $(-60) \div (+3) =$ | O) $(+60) \div (-12) =$ |
| P) $(+100) \div (+25) =$ | Q) $(+200) \div (-25) =$ | R) $(-90) \div (-30) =$ |
| S) $(-300) \div (-15) =$ | T) $(-70) \div (+35) =$ | U) $(+120) \div (-60) =$ |
| V) $(+525) \div (-5) =$ | W) $(-180) \div (-3) =$ | X) $(-160) \div (-20) =$ |

5 Analice el talón de pago de pensionado de Esteban y conteste las preguntas.

	COMPROBANTE DE PAGO			Esteban López Pacheco						
	R.F.C. DEL (EX) TRABAJADOR			NOMBRE DEL PENSIONADO						
	MES DE PAGO	NUMERO PENSION	LOCALIDAD PAGO	LUGAR PAGO	CODIGO POSTAL	CODIGO DEUDO	PENSION ACTUAL	CLAVE RAMO		
OCT-2015					0					
PERCEPCIONES				DEDUCCIONES						
CPTO.	DESCRIPCION	IMPORTE	CPTO.	DESCRIPCION	IMPORTE					
001	PENSION	\$21,030.00	057	PRESTAMO PERSONAL	-\$5,796.43					
002	BONO DESPESA	\$100.00	074	SEG. DE VIDA INST. 18 MESES ME	-\$147.21					
003	PREVISION SOCIAL MULTIPLE	\$120.00	090	SEG. VIDA INDIVIDUAL 1	-\$1,148.64					
ACTUALIZA AL ISSSTE SI CAMBIASTE DE DOMICILIO ISSSTE ELIMINA VIGENCIA DE DERECHOS PRESENCIAL NO NECESITA PASAR VIGENCIA, NI ACCION ALGUNA										
GENERADO DESDE LA OFICINA VIRTUAL Sello electrónico de validez oficial 9Y0046VKU07H106019J1 HTTPS://OFICINAVIRTUAL.ISSSTE.GOB.MX				FECHA DE INICIO DE PENSION	CPTO	DESCTO	PLAZO	CPTO	DESCTO	PLAZO
				01/01/2015	57	6	22			
				\$21,250.00	\$7,092.28					
				PERCEPCIONES	DEDUCCIONES			NETO A PAGAR		

- A) ¿Cuánto paga por el préstamo personal anualmente? _____
- B) ¿Cuánto paga por su seguro de vida individual al mes? _____
- C) ¿Cuánto recibe de pensión al mes? _____

Multiplicación

- El producto de dos factores con el mismo signo es positivo:

$$(+)\times(+)=+$$

$$(-)\times(-)=+$$

Ejemplos.

$$(+5)\times(+9)=+45$$

$$(-5)\times(-9)=+45$$

- El producto de dos factores con signo diferente es negativo:

$$(+)\times(-)=-$$

$$(-)\times(+)= -$$

Ejemplos.

$$(+5)\times(-9)=-45$$

$$(-5)\times(+9)=-45$$

División

- El cociente de dos números con el mismo signo es positivo:

$$(+)\div(+)=+$$

$$(-)\div(-)=+$$

Ejemplos.

$$(+45)\div(+9)=+5$$

$$(-45)\div(-9)=+5$$

- El cociente de dos números con signo diferente es negativo:

$$(+)\div(-)=-$$

$$(-)\div(+)= -$$

Ejemplos.

$$(+45)\div(-9)=-5$$

$$(-45)\div(+9)=-5$$

Para saber más

En su Revista *Lecturas de matemáticas*, lea “Números, números y más números” y conteste las siguientes preguntas.

1. ¿Cómo se llaman los números que usamos para contar?

2. ¿Cómo surgen los números fraccionarios?

3. ¿Qué otro tipo de números conoce usted?

4. ¿Le parece interesante la historia de los números? ¿Por qué sí o no?

5. ¿Se le dificulta a usted pensar en números negativos? En caso de que sí, ¿por qué?

Autoevaluación Unidad 1

Resuelva los siguientes problemas.

1 Analice la información siguiente.

Grupo	Ingreso por persona al día \$	Déficit o superávit en relación con el costo de la Canasta Normativa Alimentaria urbana	Déficit o superávit en relación con el costo de la Canasta Normativa Alimentaria rural
1	9.04	-35.61	-22.96
2	22.70	-21.95	-9.29
3	33.47	-11.18	1.48
4	43.77	-0.88	11.78
5	54.32	9.67	22.33
6	67.62	22.97	35.63
7	83.28	38.63	51.29

Fuente: Elaboración propia con datos de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares 2014, del INEGI

El costo por persona de la Canasta Básica Normativa urbana es **\$44.65**, y el de la rural es **\$31.99** (CONEVAL, 2016)

Con base en la información anterior, realice lo siguiente.

A) ¿Cuál es el costo por persona de la Canasta Normativa Alimentaria rural?

B) Ubique en la siguiente recta numérica los déficits y superávits alcanzados por los grupos urbano y rural.



C) Escriba los símbolos $>$ (mayor que) o $<$ (menor que), según sea el caso.

1.9 <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	-6.5	-7.8 <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	$+5.7$
-6.5 <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	-6.4	-7.2 <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	-5.5
-0.8 <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	$+1.6$	-5.5 <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>	$+5.7$

D) En general y observando los datos de la tabla, ¿qué medio presenta un mayor déficit, el urbano o el rural? _____

E) Una persona del medio rural y otra del urbano, del grupo **2**, ¿qué déficit tienen juntas? _____

F) ¿Quién presenta un mayor déficit, una persona del grupo **2** del medio rural o una persona, también del grupo **2**, pero del medio urbano? _____

G) Una familia de **5** integrantes del grupo **6** que vive en el medio urbano, ¿qué superávit tiene en total? _____

H) Una familia del grupo **2** que vive en el medio rural tiene un déficit diario de $-\$55.74$. ¿Cuántos integrantes tiene esta familia? _____

2 Con su calculadora, resuelva las siguientes operaciones.

$$(+234) + (+897) =$$

$$(+456) + (-983) =$$

$$(-895) + (+3,456) =$$

$$(-789) + (-8,346) =$$

$$(+784) - (+578) =$$

$$(-984) - (+456) =$$

$$(-324) - (-1,235) =$$

$$(+429) - (-342) =$$

$$(+379) \times (+832) =$$

$$(-956) \times (-123) =$$

$$(-735) \times (+196) =$$

$$(+919) \times (-548) =$$

$$(+894) \div (+222) =$$

$$(-934) \div (-24) =$$

$$(-467) \div (+106) =$$

$$(+1,025) \div (-125) =$$



UNIDAD

Aplicaciones de los
números con signo



En esta unidad, usted:

- Ubicará puntos en el plano cartesiano a partir de sus coordenadas (x, y) ; y viceversa, a partir de la posición de un punto en el plano obtendrá las coordenadas correspondientes.
- Resolverá problemas que involucran potencias.
- Utilizará la jerarquía de operaciones (incluyendo potencias).
- Utilizará la notación científica con exponentes enteros positivos y negativos.

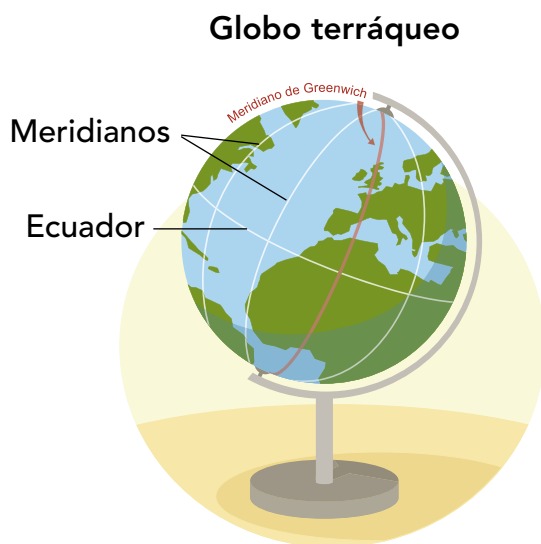
Propósito: *Usted ubicará puntos en el plano cartesiano a partir de sus coordenadas (x, y); y viceversa, a partir de la posición de un punto en el plano obtendrá las coordenadas correspondientes.*

Actividad 4 Los meridianos



¿Sabe usted cómo se localizan puntos en la Tierra? ¿Alguna vez ha visto un globo terráqueo? Comente con su asesor o asesora.

El globo terráqueo es un modelo que representa la Tierra desde una perspectiva tridimensional y a escala.



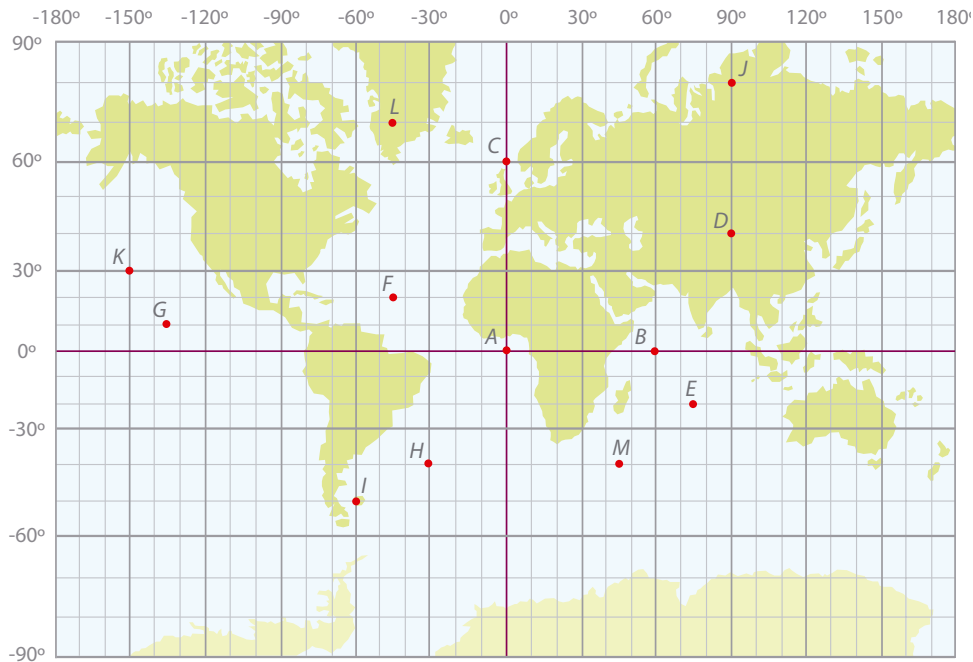
Para localizar puntos en un globo terráqueo, este se ha dividido en grados ($^{\circ}$), marcados por medio de líneas.

Los llamados meridianos, que van del polo norte al polo sur, indican la longitud. El meridiano principal pasa por Greenwich, Inglaterra, y marca la longitud 0° .

Otras líneas cortan transversalmente al globo e indican la latitud. El ecuador marca la latitud 0° .

1 Lea la siguiente información y realice lo que se le pide.

Una forma de localizar puntos en un mapa es utilizando longitudes, las cuales se representan con signo positivo si están al este del meridiano de Greenwich y negativo si están al oeste. De igual forma, las latitudes que se representan con signo positivo están al norte del ecuador y con negativo, al sur.



- A) ¿Por qué se dice que el punto *A* está ubicado en longitud 0° , latitud 0° ?
-
- B) ¿Por qué se dice que las coordenadas del punto *E* son longitud 75° , latitud -20° ?
-
- C) ¿Por qué se dice que las coordenadas del punto *G* son longitud -135° , latitud $+10^\circ$?
-
- D) ¿Por qué se dice que las coordenadas del punto *H* son longitud -30° , latitud -40° ?
-
- E) Escriba las coordenadas de los siguientes puntos.

Punto	Longitud	Latitud
<i>B</i>		
<i>D</i>		
<i>F</i>		
<i>J</i>		

F) Escriba los puntos que se ubican en las siguientes coordenadas.

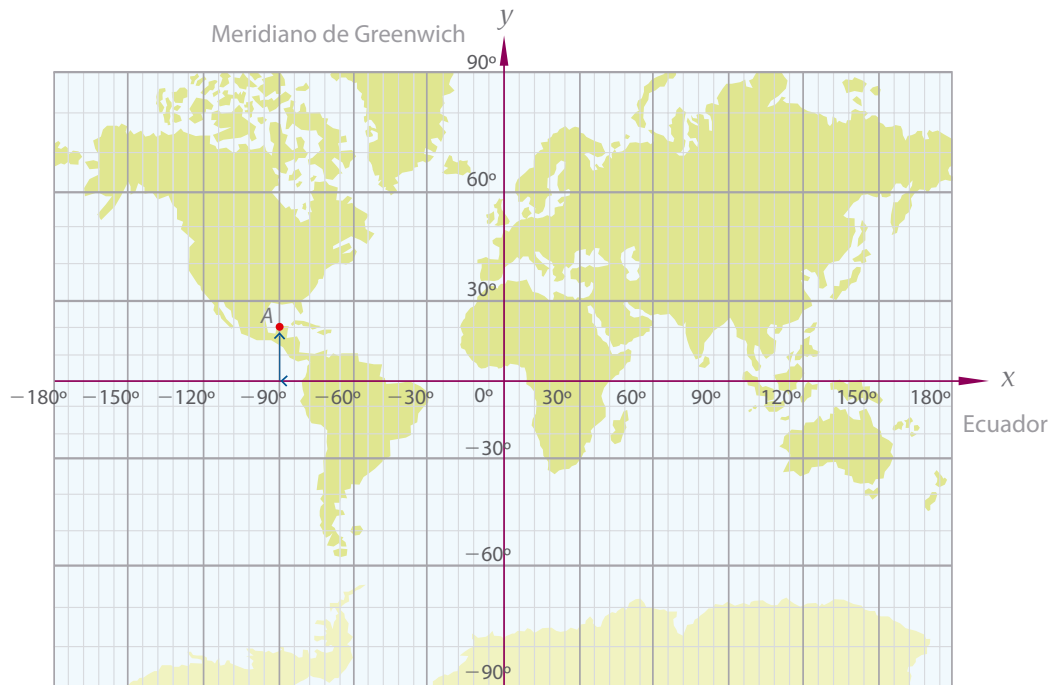
Longitud	Latitud	Punto
45°	-40°	
-150°	30°	
-45°	70°	
0°	60°	
-60°	-50°	

G) El capitán de un barco reportó que su embarcación se encuentra a una longitud -30° y una latitud -10° . Ubique en el mapa el barco.

Si tuvo alguna dificultad para realizar los ejercicios anteriores, observe el razonamiento de Teresa y Felipe.



Localizar puntos en el mapa es fácil. El ecuador viene a ser el eje x , y el meridiano de Greenwich, el eje y . Así, la longitud indica la coordenada x , y la latitud la coordenada y . El punto donde se cruza el meridiano de Greenwich con el ecuador es el origen, por lo que sus coordenadas son $(0^\circ, 0^\circ)$.



Entonces, para localizar un punto en el mapa, colocamos la pluma en el origen y lo movemos a la derecha si la longitud o coordenada x tiene signo positivo, y a la izquierda si es negativo. De ahí, movemos la pluma hacia arriba si la latitud o coordenada y tiene signo positivo, y hacia abajo si es negativo.

Desde luego que vamos a mover la pluma tantas unidades como indique la coordenada.



Por ejemplo,
para localizar en el mapa el punto A cuya longitud es -90° y latitud es $+20^\circ$, se inicia en el punto $(0^\circ, 0^\circ)$, se mueve la pluma 90° a la izquierda y luego se sube 20° . Vea en el mapa de arriba dónde se localiza dicho punto.

Resolvamos otros problemas

2 Indique cuáles son las coordenadas de los siguientes puntos.

A (,)

B (,)

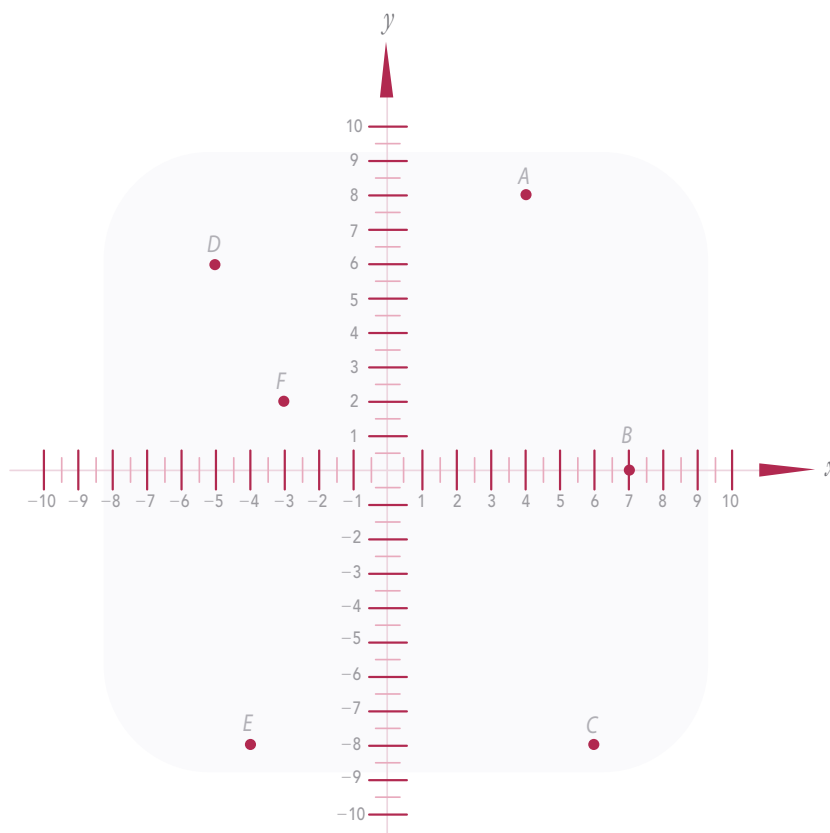
C (,)

D (,)

E (,)

F (,)

A) Comente con su asesor o asesora cómo lo hizo.



3 Ubique en el plano anterior los siguientes puntos.

G (7, 3)

H (-8, 10)

I (9, -5)

J (-9, -1)

K (0, 9)

L (0, -4)

M (7, 0)

N (-5, -9)

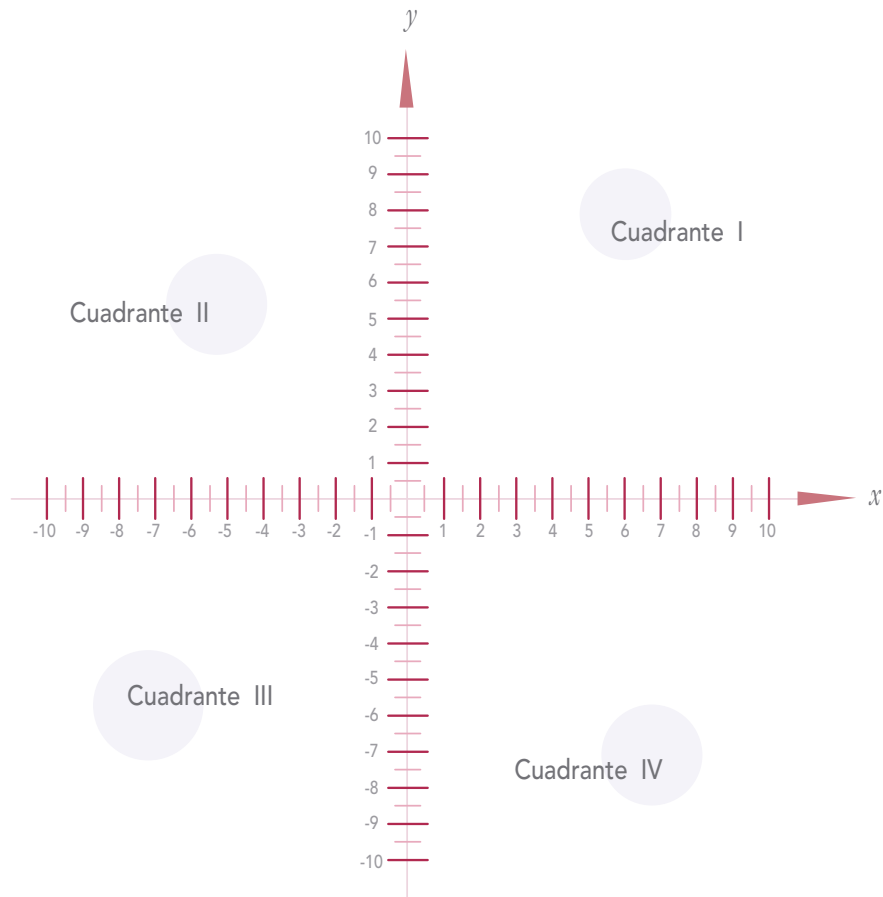
A) Comente con su asesor o asesora cómo lo hizo.

- Al eje x se le llama eje de las abscisas.
- Al eje y se le llama eje de las ordenadas.
- En las coordenadas de un punto siempre va primero la abscisa y después la ordenada.

Ejemplo.

En el punto $(9, -5)$, la abscisa es 9 , y la ordenada, -5 .

- 4 El plano cartesiano está dividido en **4** cuadrantes. Observe cada uno de ellos en el siguiente plano.



Con base en lo que observó, realice lo que se indica a continuación.

- A) ¿En qué cuadrante se localiza el punto $(6, -8)$? _____
- B) ¿En qué cuadrante se localiza el punto $(-4, -1)$? _____

C) Escriba las coordenadas de un punto que se encuentre:

En el cuadrante I: _____

En el cuadrante II: _____

En el cuadrante III: _____

En el cuadrante IV: _____

Recuerde que los números romanos del 1 al 10 son:

1 I

2 II

3 III

4 IV

5 V

6 VI

7 VII

8 VIII

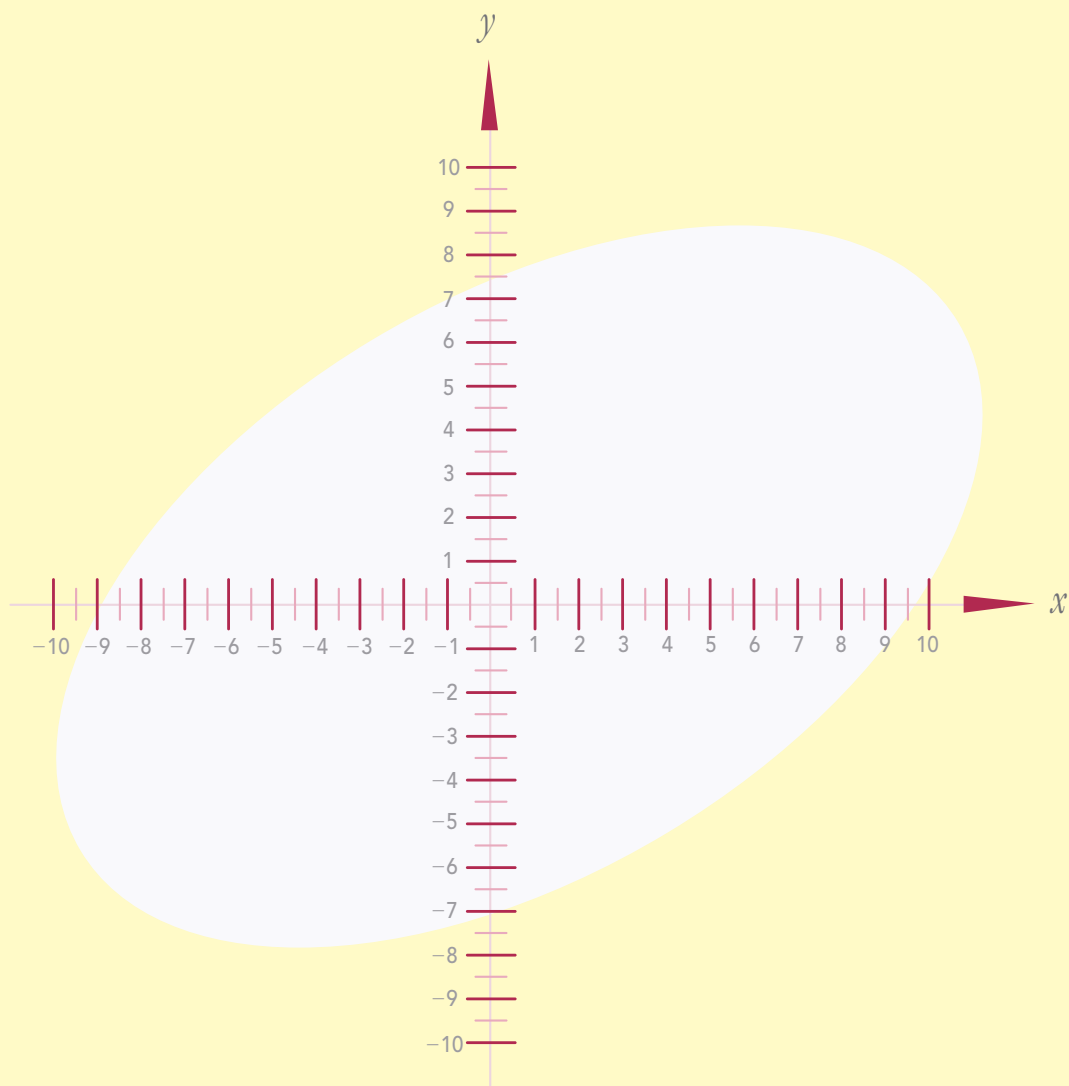
9 IX

10 X

D) El punto $(0, -9)$, ¿en qué cuadrante se encuentra? _____

- En el cuadrante I los puntos siempre tienen abscisa y ordenada positivas.
- Los puntos del cuadrante II se caracterizan por tener la abscisa negativa y la ordenada positiva.
- Las coordenadas de cualquier punto del cuadrante III serán siempre negativas.
- En el cuadrante IV los puntos tienen abscisa positiva y ordenada negativa.
- Para ubicar un punto (x, y) en el plano cartesiano, se inicia en el origen y se cuentan tantas unidades como lo indica la abscisa (x) , a la derecha si es positiva o a la izquierda si es negativa.

De ahí, se cuentan tantas unidades como lo indique la ordenada (y) , hacia arriba si es positiva o hacia abajo si es negativa.



- Para encontrar las coordenadas de un punto en el plano, se trazan, en forma mental o escrita, una línea paralela al eje de las abscisas y una línea paralela al eje de las ordenadas que pasen por dicho punto.
- Las coordenadas del punto estarán indicadas por los cortes que las líneas paralelas trazadas hacen a los respectivos ejes.

Propósito: *Usted resolverá problemas que involucran potencias.*

Actividad 5 “Pirámide”, ¿negocio o fraude?

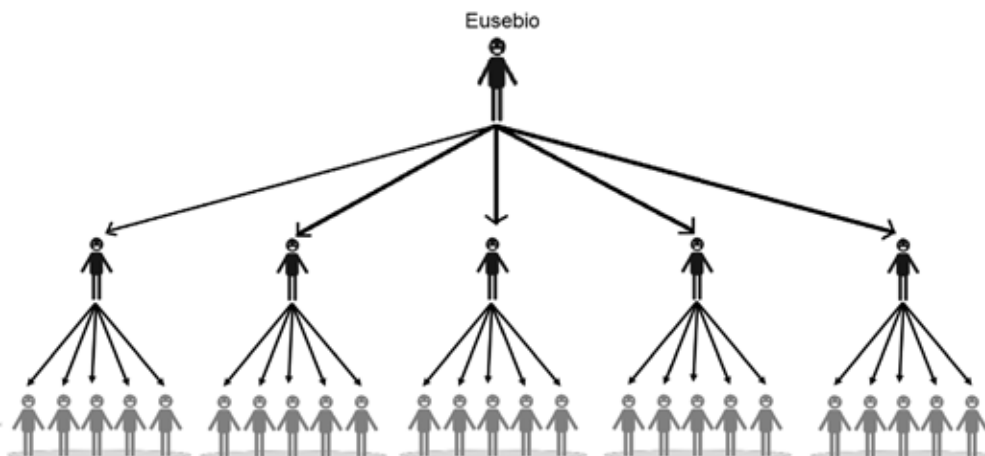


¿Ha sido usted víctima de un fraude? ¿Alguna vez le han invitado a formar parte de una “pirámide” en la que usted da una cantidad y se la quintuplican, sextuplican, etcétera? Comente con su asesor o asesora.

Existen personas que organizan “pirámides”. Si usted quiere formar parte de la “pirámide”, tiene que dar cierta cantidad de dinero, y comprometerse a meter a otras personas.

1 A don Eusebio lo invitaron a formar una “pirámide” donde le prometieron **\$5,000.00**, para ello tiene que dar **\$1,000.00**. Como le van a quintuplicar su dinero, tiene que llevar a **5** personas más. Él pensó dar el dinero que tiene para comprar maíz, ¿le conviene?

A) Analice el siguiente esquema que representa cómo se va formando la “pirámide”, empezando por una persona.



B) ¿Cuántas personas hay en el inicio de la “pirámide”? ____ ¿Cuántas, en el segundo escalón? _____ ¿Cuántas, en el tercero? _____

- C) ¿Cuántas personas se requieren para formar el cuarto escalón de la “pirámide”?
 _____ ¿Cuántas, para el quinto? _____
- D) ¿Cuántas personas se necesitan para formar el décimo escalón de la “pirámide”?
 _____ ¿Cómo le hizo para saberlo? _____
- E) ¿Cuántas personas en total se necesitan para formar una “pirámide” de **10** escalones?

- F) ¿En la comunidad donde usted vive hay tal número de personas?

- G) ¿La “pirámide” es un buen negocio o es un fraude? _____
 ¿Por qué?

- Cuando los factores de una multiplicación son iguales, se puede escribir como potencia.
- En una potencia, la base indica el factor, y el exponente indica cuántas veces se toma la base como factor.

Ejemplo.

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^5$$

6^5 se lee como “seis elevado al exponente cinco”.

- Todo número elevado al exponente cero es igual a **1**.

Ejemplo.

$$5^0 = 1$$

Observe cómo hacen Pedro y Francisca para resolver una situación similar.

¡Vamos a ver! Para formar una "pirámide" donde cada uno invite a 8 personas, en el primer escalón va una persona; en el segundo van 8; en el tercero 8×8 , es decir, 64 personas, ya que cada uno de esos 8 invita a otros 8.
En el cuarto escalón 64×8 , o sea, 512 personas.



¡Claro! Son potencias de 8. El primer escalón es 8^0 (ocho elevado al exponente cero); el segundo, 8^1 (ocho elevado al exponente uno); el tercero, 8^2 (ocho elevado al exponente dos) y así sucesivamente.
Entonces, el número de personas que se requiere para formar el décimo escalón es 8^9 (ocho elevado al exponente nueve).

Significa que hay que multiplicar:

$$8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$$

y tenemos un total de 134,217,728 personas.

¡Aún no llegamos a esa población en México!



Pero todavía falta, pues si sumamos:

$$1 + 8 + 64 + 512 + 4,096 + 32,768 + 262,144 \\ + 2,097,152 + 16,777,216 + 134,217,728 = 153,391,689$$

tenemos que para formar una "pirámide" así requerimos de
153,391,689 personas.

Resolvamos otros problemas

- 2 Severino y Pedro van a contratar la renta de un tractor por un mes. En la tienda “La barata” lo rentan a \$100.00 diarios y en “El comercio” cobran \$1.00 el primer día, \$2.00 el segundo día, \$4.00 el tercer día, \$8.00 el cuarto día, y así sucesivamente. ¿En cuál tienda conviene contratar y por qué?



- A) Complete la tabla que Severino usó para argumentar por qué, según él, fue su mejor elección.

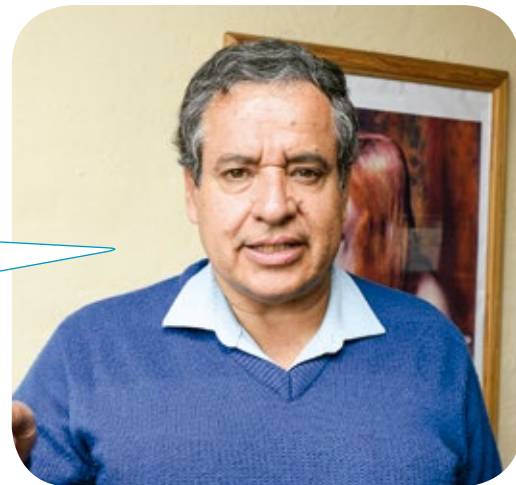
Número de día	“La barata”	“El comercio”
1	\$100	\$1
2	\$100	\$2
3	\$100	\$4
4	\$100	\$8
5	\$100	
6	\$100	
7	\$100	
8	\$100	
9	\$100	
10	\$100	\$512
Total	\$1,000	\$1,023

Yo pagué \$256.00 por 9 días en “El comercio”, porque era lo más conveniente. Ya que si contrataba por 10 días en “La barata”, pagaba más, como se puede apreciar en la tabla anterior.



B) Analice el argumento de Pedro para tomar su decisión y discuta con su asesor o asesora y compañeros quién de los dos tomó la mejor decisión y por qué.

Yo contraté en “El comercio” solo por los días en que me cobraban menos de \$100.00, puesto que si pagaba más de \$100.00, ya no me convenía.



C) Severino contrató en la tienda “El comercio” solo por 9 días y luego cambió a “La barata” para completar el mes; Pedro contrató en “El comercio” por 7 días y luego cambió a “La barata”. ¿Quién de los dos pagó más y por qué?

3 Escriba las siguientes multiplicaciones como potencias. Calcule los resultados.

A) $3 \times 3 \times 3 =$

B) $9 \times 9 \times 9 \times 9 =$

C) $(-6) \times (-6) \times (-6) =$

D) $(-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8) =$

E) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 =$

F) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$

- La multiplicación se puede representar con un punto (\cdot) o usando paréntesis.

Ejemplo.

$$5 \times 5 \times 5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = (5)(5)(5) = 125$$

Una de las ventajas es que en álgebra el signo \times no se va a confundir con la letra “x”.

4 Escriba las siguientes potencias como multiplicaciones usando puntos o paréntesis. Calcule los resultados.

A) $9^4 =$

B) $4^9 =$

C) $3^9 =$

D) $9^3 =$

E) $8^5 =$

F) $5^8 =$

- 5 Lea la siguiente situación y conteste la pregunta.

Se terminó de construir la sección C de una unidad habitacional. Hay **6** edificios, cada edificio tiene **6** departamentos, cada departamento tiene **6** focos y el costo de cada foco fue de **6** pesos.

¿Cuánto se gastó en la compra de focos para los departamentos de esa sección?

- El **5** elevado al exponente cero es igual a **1**.

Ejemplo.

$$5^4 = 625$$

$$5^3 = 125$$

$$5^2 = 25$$

$$5^1 = 5$$

$$5^0 = 1$$

Observe que cada vez que se disminuye un exponente en una unidad, la potencia se divide entre **5**.

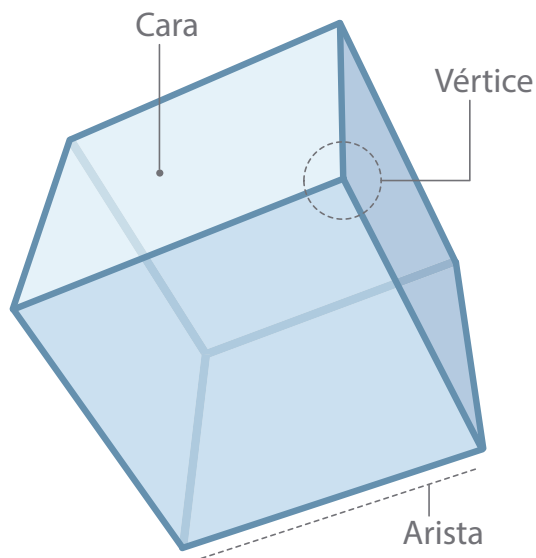
De acuerdo con esto, al pasar del exponente **1** al **0** hay que dividir **5** entre **5** y da como resultado **1**.

- 6 Discuta con sus compañeros por qué **8⁰** es igual a **1**.

- 7 En una comunidad de **2,000** habitantes el párroco platicó a **3** personas que se retiraría. Estas personas tardaron **20** minutos para platicarlo con otras **3** cada una. A su vez esas personas lo comentaron con otras **3** cada una en los siguientes **20** minutos y así continuaron. ¿Cuánto tiempo tardó en enterarse toda la comunidad si quien recibe la noticia actuó solo una vez como mensajero?



- 8 A) Usando paréntesis, escriba la fórmula para calcular el área de un cuadrado. _____
- B) El lado de un cuadrado mide **8** cm, ¿cuál es su área? _____
- C) ¿Cuál es el área de un cuadrado que mide **9** m de lado? _____
- 9 A) Escriba como potencia la fórmula para calcular el volumen de un cubo. _____
- B) ¿Cuál es el volumen de un cubo cuya arista mide **6** cm? _____
- C) La arista de un cubo mide **2** m, ¿cuál es su volumen? _____



- En álgebra también se usan letras para representar cantidades.

Ejemplos.

$$a \cdot a = a^2$$

$$a \cdot a \cdot a = a^3$$

$$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^8$$

También el exponente se puede representar con una letra:

$$a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$$

lo cual indica que la base a está elevada a la potencia n .

10 Lea el siguiente fragmento de una leyenda y conteste la pregunta.

Cuenta la leyenda que hace mucho tiempo reinaba en cierta parte de la India un rey llamado Sheram.

En una de las batallas en las que participó su ejército perdió a su hijo, y eso lo dejó profundamente consternado. Nada de lo que le ofrecían sus súbditos lograba alegrarlo.

Un buen día un tal Sissa se presentó en su corte y pidió audiencia. El rey lo aceptó y Sissa le presentó un juego que, aseguró, conseguiría divertirlo y alegrarlo de nuevo: el ajedrez. Después de explicarle las reglas y entregarle un tablero con sus piezas, el rey comenzó a jugar y se sintió maravillado: jugó y jugó y su pena desapareció en gran parte. Sissa lo había conseguido. Sheram, agradecido por tan preciado regalo, le dijo a Sissa que como recompensa pidiera lo que deseara.

Esto fue lo que Sissa pidió:

—Manda que me entreguen un grano de trigo por la primera casilla del tablero del ajedrez.

—¿Un simple grano de trigo? —contestó admirado el rey.

—Sí, soberano. Por la segunda casilla, ordena que me den dos granos; por la tercera, 4; por la cuarta, 8; por la quinta, 16; por la sexta, 32...

—Basta —le interrumpió irritado el rey—. Recibirás el trigo correspondiente a las 64 casillas del tablero de acuerdo con tu deseo: por cada casilla, recibirás doble cantidad que por la precedente.

1	2	4	8	16	32		

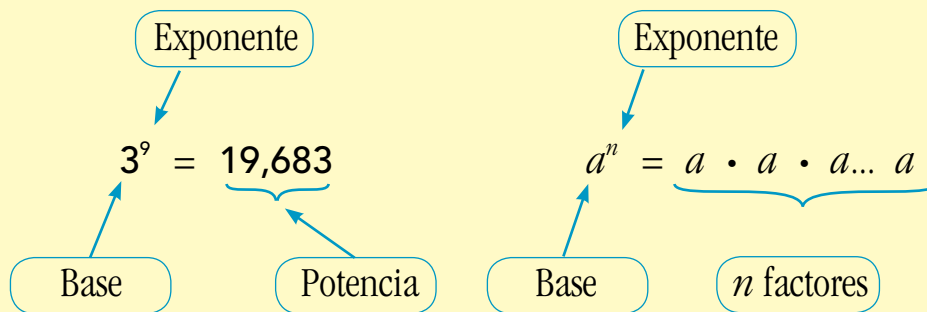
A) ¿Cuántos granos de trigo le darían por la 10^a casilla? _____

B) ¿Cuántos granos de trigo le darían por la 20^a casilla? _____

- La potencia es el resultado que se obtiene al multiplicar la base por sí misma tantas veces como lo indica el exponente.

Ejemplo.

$$3^9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 19,683$$



Cuando la base es negativa se procede de la misma forma.

Ejemplos.

$$(-8)^2 = (-8) \times (-8) = + 64 \text{ porque } (-) \times (-) = +$$

$$(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$$

$$\text{porque } (-) \times (-) \times (-) = -$$

Para saber más

En su Revista *Lecturas de matemáticas* lea “Resolver problemas” y conteste las siguientes preguntas.

1. ¿Qué tipo de problemas resuelve usted en su vida cotidiana?

2. ¿En cuáles de ellos requiere el uso de sus conocimientos matemáticos?

3. ¿Usted cree que es verdad que las matemáticas permiten afrontar algunos problemas de una manera más adecuada y eficiente? _____

4. Polya divide el proceso de resolución en cuatro etapas, ¿cuáles son esas etapas?

5. ¿Qué importancia tiene comprender el problema?

Resuelva los acertijos de “La terminal de autobuses” en su Folleto de juegos, después conteste la siguiente pregunta.

¿Cuál acertijo le exigió mayor razonamiento? _____

Propósito: *Usted utilizará la jerarquía de operaciones (incluyendo potencias).*

Actividad 6 Alimentos y energía



¿Come usted adecuadamente? ¿Sabía usted que los alimentos nos aportan energía y que la energía que consumimos se mide en kilocalorías? Comente con su asesor o asesora.

Cuando comemos obtenemos energía para poder movernos y reparar el desgaste constante que sufre el cuerpo. Una alimentación no adecuada trae como consecuencias la desnutrición y la obesidad, entre otros problemas.

1 Ofelia y Jorge quieren conocer la cantidad de kilocalorías que deben consumir al día.

Teniendo en cuenta su sexo, talla, edad y peso, ellos encontraron que la pueden calcular con las siguientes fórmulas.

Mujeres:

$$\begin{aligned} \text{kilocalorías} &= 665 + 9.56 \times \text{peso en kg} + 1.85 \times \text{talla en cm} \\ &- 4.68 \times \text{edad en años} \\ &\text{más } 25\% \text{ del resultado obtenido} \end{aligned}$$

Hombres:

$$\begin{aligned} \text{kilocalorías} &= 66.5 + 13.75 \times \text{peso en kg} + 5 \times \text{talla en cm} \\ &- 6.78 \times \text{edad en años} \\ &\text{más } 25\% \text{ del resultado obtenido.} \end{aligned}$$

Estos son los datos de peso, talla y edad de Ofelia y Jorge.

	Peso	Talla	Edad
Ofelia	68 kilogramos	155 cm	35 años
Jorge	79 kilogramos	166 cm	40 años

Mujeres:

kilocalorías = $665 + 9.56 \times \text{peso en kg} + 1.85 \times \text{talla en cm}$
– $4.68 \times \text{edad en años}$
más **25%** del resultado obtenido.

Hombres:

kilocalorías = $66.5 + 13.75 \times \text{peso en kg} + 5 \times \text{talla en cm}$
– $6.78 \times \text{edad en años}$
más **25 %** del resultado obtenido.

Con base en la información anterior realice lo siguiente.

- A) Calcule la cantidad de kilocalorías correspondiente a Ofelia antes de aumentarle **25%**.

- B) Calcule la cantidad de kilocalorías correspondiente a Jorge antes de aumentarle **25%**.

- C) Analice los resultados a los que llegaron Ofelia y Jorge en un primer intento:
Para Ofelia: **248,855,056.5** kilocalorías
Para Jorge: **52,267,666** kilocalorías
- D) ¿Son resultados correctos? _____ ¿Dónde puede estar el error si ellos hicieron las operaciones de corrido? _____
- E) ¿Cuántas kilocalorías puede consumir Ofelia al día? _____
- F) ¿Cuántas kilocalorías diario puede consumir Jorge? _____

¡Cuidado al realizar las operaciones con la calculadora! Puede obtener un resultado incorrecto, esto depende del orden como ingrese los números e indique las operaciones a través de las teclas respectivas.

Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores, observe la forma en que Yolanda calcula las kilocalorías que puede consumir.

De acuerdo con mis datos, las operaciones son:
 kilocalorías = $665 + (9.56 \times 63) + (1.85 \times 163) - (4.68 \times 35)$
 más 25% del resultado obtenido.

Primero, realizo las multiplicaciones:

$$9.56 \times 63 = 602.28$$

$$1.85 \times 163 = 301.55$$

$$4.68 \times 35 = 163.8$$

Luego, sumo y resto: $665 + 602.28 + 301.55 - 163.8$

El resultado es 1,405.03

Después calculo 25% de 1,405.03, que es igual
 a 351.25 y sumo los dos resultados:

$$1,405.03 + 351.25 = 1,756.28$$

Yo puedo consumir 1,756.28 kilocalorías.



Resolvamos otros problemas

2 Analice la siguiente información y realice lo que se pide.

Hay otras formas de calcular la cantidad de energía que se requiere. Ya que si la persona realiza una actividad fuerte requiere de mayor energía.

Margarita lleva una actividad intensa, por lo que ella tiene que calcular su peso con la siguiente fórmula:

$$\text{Mujeres con actividad intensa: } (8.7 \times \text{peso en kg} + 829) \times 1.82$$

Fuente: Saludalia Interactiva © Copyright 2000

$$\text{Margarita: } (8.7 \times 60 + 829) \times 1.82$$

- A) ¿Qué indica el paréntesis en la fórmula? _____
- B) ¿Cuál es la cantidad de kilocalorías que puede consumir Margarita?
-

C) Si multiplica 8.7×60 y 829×1.82 y luego suma, ¿qué resultado le da?
 _____ ¿Por qué no es correcto hacerlo así? _____

3 Bernardo lleva la contabilidad de electrodomésticos que transporta el ferrocarril que sale cada fin de mes. Él anota lo que sale y lo que deja en cada estación hasta llegar a la bodega.

Las siguientes operaciones indican lo sucedido en la carga y descarga de aparatos.

$$30 \times 10 - 5 \times 10 + 20 \times 5 + 20 - 6 + 25^3 - 3 \times 25^2$$

A) Realice las operaciones para saber cuántos aparatos llegaron a la bodega.

Analice las respuestas que dan 3 personas.

Demetrio: Llegaron **5,816,013,750** aparatos, porque 25^3 es $25 \times 25 \times 25$; de la misma forma 25^2 es 25×25 . Por lo que hice todas las operaciones de corrido y al llegar al 25^3 multipliqué $25 \times 25 \times 25$. Hice algo parecido con 25^2 .

Julio: Llegaron **14,114** aparatos, porque primero hay que calcular las potencias, después hay que hacer las multiplicaciones y divisiones (si hay), y al último las sumas y las restas.

Daniel: Llegaron **28,614** aparatos, porque primero hay que calcular las potencias y después hacer todas las demás operaciones de corrido.

B) ¿Quién de los 3 está en lo correcto? _____
 ¿Por qué? _____

C) Relacione la operación u operaciones con la situación que se describe.

1. Un vagón contenía **25** cajones con **25** cajas de **25** estéreos cada una. Descargaron **3** cajones en una estación de paso.

a) $20 - 6$

2. En un vagón llevaban **20** cajas con **5** pantallas cada una.

b) $30 \times 10 - 5 \times 10$

3. En una estación de paso descargaron de un vagón **6** lavadoras de las **20** que cargaron en el lugar de origen.

c) 20×5

4. En un vagón cargaron **30** cajas con **10** televisores cada una y dejaron **5** cajas en una estación.

d) $25^3 - 3 \times 25^2$

4 Analice la información de la tabla siguiente.

Consumo promedio de agua en actividades domésticas	
Acción	Gasto de agua
Baño con regadera común (20 minutos)	140 litros
Baño con regadera economizadora	90 litros menos que una regadera común
Lavarse los dientes (3 minutos)	7 litros
Barrer la calle con la manguera (15 minutos)	105 litros
Lavar los trastes (30 minutos)	210 litros
Descarga del sanitario	10 litros
Una carga de lavadora automática	200 litro



Con base en la información anterior escriba las operaciones que describen las siguientes situaciones.

- A) La familia Fernández, compuesta por **3** personas, se baña diario con una regadera común, se lava los dientes **3** veces al día, lava los trastes **3** veces al día y usan el sanitario **6** veces cada uno al día. ¿Cuánta agua gasta al día la familia Fernández?

- B) Realice las operaciones y compruebe sus respuestas.

- C) En la familia de Antonia hay **9** integrantes, ellos usan una regadera economizadora, pero lavan diario **2** cargas de ropa, lavan los trastes **5** veces al día, se lavan los dientes **2** veces al día y **5** integrantes usan el sanitario **4** veces al día, el resto solo **3** veces. ¿Cuánta agua gasta al día la familia de Antonia? _____

- D) Realice las operaciones y compruebe sus respuestas.

Para mayor información de cómo ahorrar agua, revise el módulo *Por un mejor ambiente*.

- 5** Con ayuda de su calculadora encuentre los resultados de las siguientes operaciones.

A) $4 \times (5 + 5^3) \div 36 + (6 - 2) =$

B) $7 + 46 \times (16 \div 4) - 13 =$

C) $9^3 + 67 - 12 \times (34 - 68) =$

D) $90 \div 6 - 4^5 \times (6 - 2^4) =$

- La **jerarquía de operaciones** implica seguir un orden al resolver una expresión aritmética que incluye varias operaciones:

Primero: Resolver las potencias.

Segundo: Resolver las operaciones que estén dentro de paréntesis (si hay).

Tercero: Resolver las multiplicaciones y las divisiones.

Cuarto: Resolver las sumas y las restas.

Ejemplo.

$$6 \times (7^3 + 8) - (2^4 - 12) + 125 \div 5 =$$

Potencias: $6 \times (343 + 8) - (16 - 12) + 125 \div 5 =$

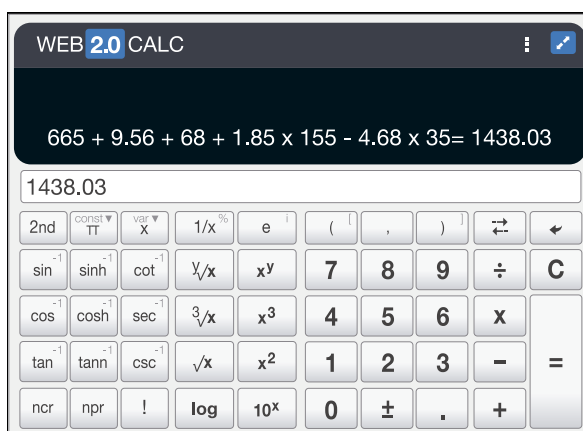
Paréntesis: $6 \times 351 - 4 + 125 \div 5 =$

Multiplicaciones y divisiones: $2\ 106 - 4 + 25 =$

Sumas y restas: $2\ 127$

El resultado es $2\ 127$

Algunas calculadoras están programadas para aplicar la jerarquía de operaciones.



La calculadora de su módulo no está programada para aplicar la jerarquía de operaciones, así que tendrá que realizar los cálculos aritméticos en el orden que aprendió en esta actividad.

Propósito: *Usted utilizará la notación científica con exponentes enteros positivos y negativos.*

Actividad 7 Nanotecnología



¿Qué es lo más pequeño y lo más grande que usted conoce? ¿Ha visto a través de un microscopio o de un telescopio? Comente con su asesor o asesora.

Nanus significa diminuto. La nanotecnología crea nanocables, nanomotores, nanotransistores que permitirán la creación de diminutos robots para conocer las partes más pequeñas del cuerpo humano, como son las células, los glóbulos rojos, etcétera.

1 Analice la siguiente información.

1.95×10^7 es la cantidad de barriles de petróleo que Estados Unidos consume al día.

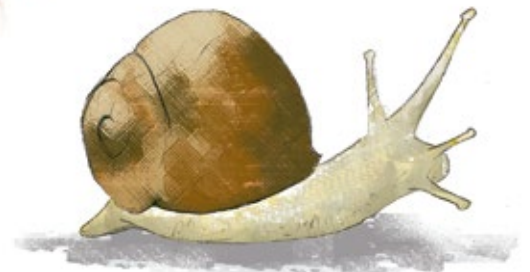


Los japoneses inventaron un termómetro que mide 1×10^{-3} mm de largo por 7.5×10^{-6} mm de ancho.



El cuerpo humano tiene 3×10^7 glóbulos rojos.

Un caracol se mueve a 7.5×10^{-3} kilómetros por hora.



La película *Titanic* produjo 1.8×10^9 dólares de ganancias.



Con base en la información anterior realice lo que se pide.

- A) ¿Qué números representan cantidades pequeñas? _____
 ¿Por qué se caracterizan? _____
- B) ¿Qué medida es más pequeña 1×10^{-3} mm o 7.5×10^{-6} mm? _____
 ¿Cómo lo supo? _____
- C) ¿Cuáles números representan grandes cantidades? _____
 ¿Por qué se caracterizan? _____
- D) ¿Qué cantidad es más grande 1.8×10^9 o 1.95×10^7 ? _____
 ¿Cómo los sabe? _____

Observe la forma en que Marco y Lupita interpretan información escrita con notación científica.

¡Vamos a ver! 6.5×10^4 especies de
 arañas quiere decir que son $6.5 \times 10,000$,
 es decir, 65,000 especies.

Pero, ¿qué significa una potencia
 negativa?



En notación científica, una
 potencia positiva indica una
 multiplicación por 10, por 100, por
 1,000, etcétera, según sea 1, 2, 3,
 etcétera, el exponente de
 la base 10.

Una potencia negativa indica una
 división entre
 10, 100, 1,000, etcétera, según sea
 $-1, -2, -3, \dots$

el exponente de la base 10.

Por ejemplo,
 una aguja pesa 4×10^{-3} kg, es
 decir, pesa 4×0.001 , lo que
 equivale a 0.004 kg.

- La notación científica se basa en los principios del sistema de numeración decimal.

Por ejemplo, el número **28,948** se puede escribir como:

$$20,000 + 8,000 + 900 + 40 + 8$$

$$\text{También como: } 2 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

Así, el número **30,000,000** es 3×10^7 .





- De igual manera, **0.54** puede escribirse como:

$$\frac{5}{10} + \frac{4}{100}$$

$$\text{También como: } 5 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$$

Resolvamos otros problemas

- 2 Analice la información de la siguiente tabla.

Medidas de las células		
Tipo de organismo microscópico	Notación científica	Notación decimal
	$1 \times 10^{-7} \text{ cm}$	
	$1 \times 10^{-5} \text{ cm}$	
	$2 \times 10^{-5} \text{ cm}$	
	$1 \times 10^{-6} \text{ cm}$	

Fuente de fotos: Recuperado de <http://www.botanica.cnba.uba.ar/Pakete/Dibulgeneral/>

- A) Para completar la tabla, escriba en notación decimal las medidas de los microorganismos en centímetros.

3 Joel compró una caja de pastillas con una sustancia activa de 2.5 mg cada una. El doctor le indicó que tomara 5×10^{-3} g diariamente. ¿Cuántas pastillas debe tomar al día? _____

4 Escriba los siguientes números sin notación científica.

A) $6 \times 10^8 =$ _____ E) $7 \times 10^{-3} =$ _____

B) $8.5 \times 10^7 =$ _____ F) $8.9 \times 10^{-5} =$ _____

C) $5.62 \times 10^6 =$ _____ G) $5.9 \times 10^{-7} =$ _____

D) $9.79 \times 10^9 =$ _____

En ciencias como la física, la química y la astronomía, es necesario escribir números muy grandes o muy pequeños. Una manera de escribirlos en forma abreviada es mediante la notación científica.

Para escribir un número grande en notación científica, se escribe la primera cifra del número, el punto y después las cifras significativas (diferentes de cero) que quieran ponerse; finalmente, se indica la multiplicación por 10 de dicho número, y el exponente es igual al número de cifras del número inicial menos 1.

Ejemplos.

$$7,860,000 = 7.86 \times 10^6$$

$$990,000,000 = 9.9 \times 10^8$$

Para escribir un número pequeño en notación científica, se escribe la primera cifra significativa (diferente de cero) del número, el punto y después las cifras significativas (diferentes de cero) que quieran ponerse; finalmente, se indica la multiplicación por 10 de dicho número, y el exponente es igual al número de ceros que hay entre el punto del número inicial y la primera cifra significativa más 1, y lleva signo negativo.

Ejemplos.

$$0.000045 = 4.5 \times 10^{-5}$$

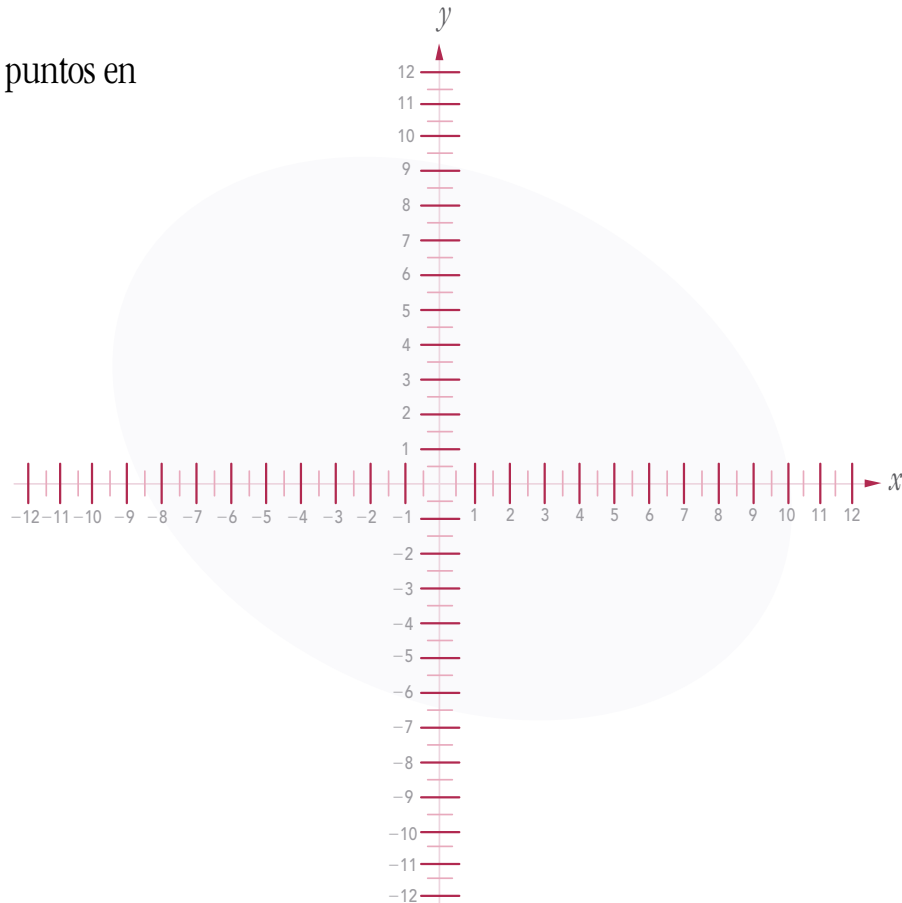
$$0.009412 = 9.412 \times 10^{-3}$$

Autoevaluación Unidad 2

Resuelva los siguientes problemas.

1 Ubique los siguientes puntos en el plano cartesiano.

- A) $(-9, 4)$
- B) $(8, 12)$
- C) $(-3, 1)$
- D) $(2, -1)$
- E) $(12, -5)$
- F) $(7, 8)$
- G) $(-11, 11)$
- H) $(0, -4)$
- I) $(-10, 0)$
- J) $(11, 11)$



2 Un barco se encontraba en el punto $(0, 0)$ y avanzó **8** kilómetros a la derecha y **6** kilómetros hacia el norte, ¿en que punto se encuentra? _____

3 En el punto $(9, -8)$ se encuentra un objeto; para llegar ahí tuvo que avanzar **8** unidades hacia el sur (abajo), ¿dónde se encontraba anteriormente? _____

4 Un coche se encuentra en el punto $(-6, -4)$. Para llegar ahí avanzó **2** unidades a la izquierda y **6** unidades hacia abajo, ¿en qué punto se encontraba? _____

- 5** Escriba las siguientes multiplicaciones como potencias.
- A) $(4) (4) (4) (4) =$
 B) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$
 C) $(-6) (-6) (-6) =$
 D) $(-11) (-11) (-11) (-11) =$
 E) $12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 =$
 F) $(-20) (-20) (-20) (-20) (-20) =$
- 6** Escriba las siguientes potencias como multiplicaciones usando puntos o paréntesis. Calcule los resultados.
- A) $2^8 =$
 B) $4^6 =$
 C) $6^4 =$
 D) $8^3 =$
 E) $3^8 =$
- 7** ¿Es igual 4^6 que 6^4 ? _____ ¿ 3^8 que 8^3 ? _____
- 8** Realice las siguientes operaciones.
- A) $(5 + 8 + 45 \times 20) \div (15 - 8^3) =$
 B) $(-9)^4 + 6^5 - 5 \times (45 + 65) =$
- 9** El peso de un electrón es 9×10^{-28} g. Escríbalo en forma decimal.

- 10** El peso de la Tierra es $6,000,000,000,000,000,000,000$ kg. Escríbalo en notación científica.

- 11** El coeficiente de expansión del elemento químico denominado mercurio es 1.81×10^{-4} . Escríbalo en notación decimal.



UNIDAD 3

Expresiones
algebraicas

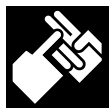


En esta unidad, usted:

- Conocerá la utilidad de las literales en el álgebra. Usará algunas reglas de escritura algebraica.
- Encontrará la regularidad que relaciona una lista de cantidades.
- Utilizará el lenguaje algebraico. Modelará con expresiones algebraicas algunas situaciones de la geometría y de la física.

Propósito: *Usted conocerá la utilidad de las literales en el álgebra. Usará algunas reglas de escritura algebraica.*

Actividad 8 El trabajo de don Chuy



¿Ha sembrado árboles? ¿Ha tenido problemas para regarlos y cuidarlos? Comente con su asesor o asesora.

Como todo trabajo, el cuidado de los árboles es algo que se puede optimizar, es decir, que se puede ahorrar tiempo y esfuerzo.

- 1 Sembraron **35** árboles en hilera con igual separación uno del otro. Don Chuy pidió un tinaco con agua para regar uno a uno con una cubeta. Don Chuy quiere caminar lo menos posible al regarlos, ¿dónde tiene que colocar el tinaco, junto al árbol de en medio o junto a un árbol de cualquier extremo?



A) ¿Por qué?

B) Si hubieran sido **36** árboles, ¿cuál hubiera sido el lugar ideal para colocar el tinaco?

Sugerencia: Suponga una menor cantidad de árboles. Determine una distancia a la que se encuentran los árboles, pero no olvide que es igual entre un árbol y otro.

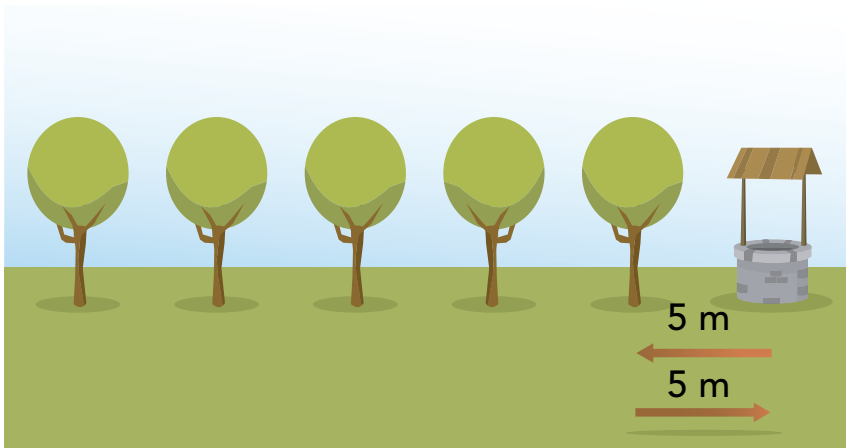
C) Compare sus respuestas con las de sus compañeros.

Analice los razonamientos de Sonia y Miguel ante una situación parecida.

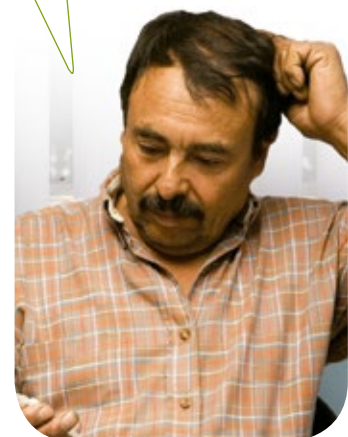
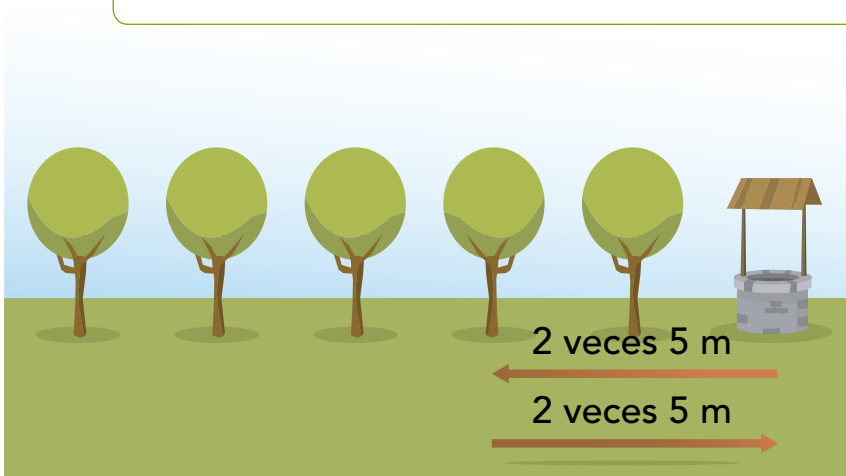
Se sembraron árboles en hilera cada 5 m. Sobre la misma hilera y a 5 m del primer árbol hay un pozo. ¿Cuántos metros tiene que caminar don Chuy para regar con una sola cubeta cada árbol?

¡Vamos a ver!

Para regar el primer árbol tiene que caminar 2 veces 5 m.
Es decir, 5 m del pozo al árbol y 5 m del árbol al pozo.



Para regar el segundo árbol, son 2 veces (2)(5 m). Es decir,
10 m del pozo al árbol y 10 m del árbol al pozo.





Para regar el tercer árbol, tiene que caminar 2 veces $(3)(5)$ m. Es decir, 15 m del pozo al árbol y 15 m del árbol al pozo.



Si te fijas, siempre hay que caminar 2 veces la distancia del árbol al pozo.

La distancia del árbol al pozo depende del lugar que ocupe el árbol en la hilera.

El primero está a $(1)(5) = 5$, es decir, a 5 m de distancia; el segundo está a $(2)(5) = 10$, es decir, a 10 m de distancia; el tercero está a $(3)(5) = 15$, es decir, a 15 m de distancia.

Entonces, para calcular la cantidad de metros que hay que caminar para regar el árbol x , es decir, cualquier árbol, podemos multiplicar:

$$(2)(x)(5) = (2)(5)(x)$$

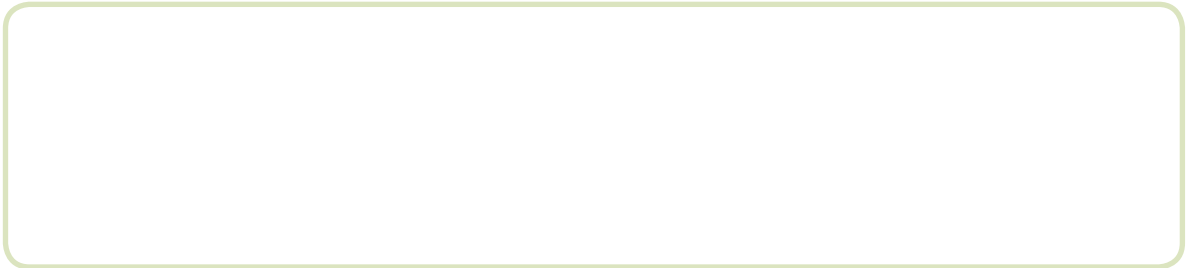
$$(10)(x) = 10x$$

Donde x representa el número de árbol y $10x$ la cantidad de metros que hay que caminar para regarlo.

Resolvamos otros problemas

2) Mire a su alrededor todos los objetos que tienen forma rectangular.

A) Dibuje un objeto de los que vio, y al lado dibuje un rectángulo que represente a todos los objetos rectangulares vistos.



B) Escriba una línea con flechas que indique el largo del rectángulo y una l . Haga lo mismo con el ancho, pero escriba una a .

C) ¿Cuál es el perímetro del rectángulo? _____

3) Tome tres objetos rectangulares (hojas de papel, tarjetas de cartulina, libros, etcétera) del mismo tamaño y colóquelos uno junto a otro para formar un rectángulo largo, como se muestra enseguida.



A) El largo de cada objeto mide l . Utilice l para representar la medida de b .

B) ¿Cuánto mide su perímetro si el ancho mide a ?

C) Mida uno de los objetos y sustituya el valor de l y a , ¿cuánto mide el perímetro del rectángulo formado? _____

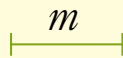


4 El peso de cada chocolate confitado es b , ¿cuánto pesa un sobre si trae 55 chocolates?

5 El precio del dólar varía con mucha frecuencia. Utilizando una letra, ¿cómo puede representar el importe de 250 dólares?

- En álgebra se usan letras para representar cantidades, y se les llama **literales**.

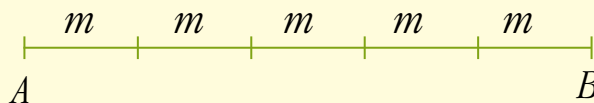
Ejemplo.



En este caso, la literal es m y representa la medida del segmento.

- Su empleo es parecido al de los números en la aritmética.

Ejemplo.

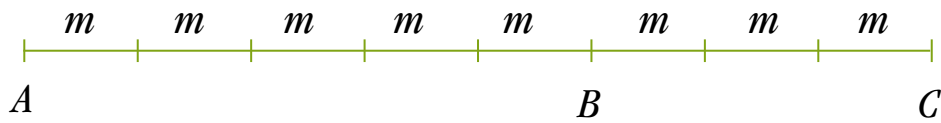


Como cada segmento pequeño mide m , la medida del segmento AB es:

$$m + m + m + m + m = 5m$$

- $5m$ se expresa así porque la multiplicación de un número por una literal o entre dos literales queda expresada cuando se escriben juntos.

- 6 Un auto recorrió la distancia AB en un día. El día siguiente recorrió la distancia BC , como se indica en el siguiente diagrama.

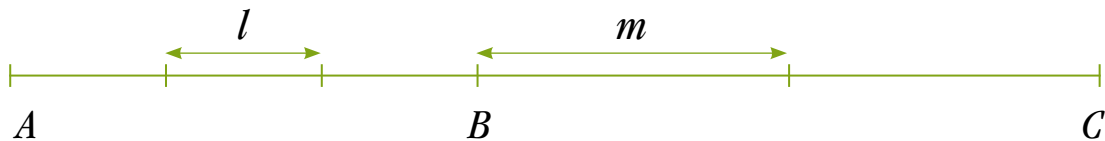


- A) ¿Qué distancia recorrió en los dos días?

- 7 La medida de la altura de un escalón es u , ¿qué significa $8u$?

- A) Escriba $8u$ como suma.

- 8 La siguiente figura muestra las distancias recorridas por un ferrocarril.



- A) ¿Qué distancia hay de A a B ? _____
- B) ¿Cuál es la distancia de B a C ? _____
- C) ¿Cuál fue la distancia total del recorrido? _____

Expresiones como

$$4l$$

$$2b + 2^a$$

$$\frac{3}{5}m$$

$$2b^2$$

se conocen como **expresiones algebraicas**.

- Las expresiones algebraicas **pueden estar** formadas por un coeficiente, una literal o literales (letras) que están elevadas a algún exponente, y signos de operaciones.
- **Coeficiente**: Es el número que multiplica a una literal.

Ejemplo.

5 es el coeficiente de la expresión algebraica $5m$.

- Cuando dos expresiones algebraicas tienen la misma literal o literales y estas están elevadas al mismo exponente, se dice que son **términos semejantes**.

Ejemplo.

$5m$ es semejante a $3m$.

- Dos **términos semejantes** se pueden simplificar.

Ejemplos.

$$5m + 3m = 8m$$

$$-9b + 7b = -2b$$

- Cuando dos expresiones algebraicas tienen diferente parte literal o diferente exponente, se dice que **no** son términos semejantes.

Ejemplo.

$7n$ no es semejante a $9t$.

- Cuando dos términos no son semejantes no se simplifican.

Ejemplos.

$$7n + 9t$$

$$5n + 6t - 2n + 8n = 11n + 6t$$

9 Simplifique las siguientes expresiones algebraicas.

A) $b + b + b + b + b =$ _____

B) $d + d + d + d + 2d =$ _____

C) $l + 2l + 5l =$ _____

D) $5b - b =$ _____

E) $h - 2h + 6h =$ _____

F) $l + b + b + b =$ _____

G) $2b + b + l =$ _____

H) $m + m + 6m + 2b + b =$ _____

10 Sembraron 5 árboles en hilera con igual separación uno del otro. Don Chuy pidió que colocaran un tinaco con agua junto al primer árbol para regar uno a uno con una cubeta. ¿Cuánto va a caminar don Chuy si la distancia entre árbol y árbol es l ?

A) Si l mide 1 m, ¿cuánto caminará don Chuy? _____

B) Si l mide 2 m, ¿cuánto caminará don Chuy? _____

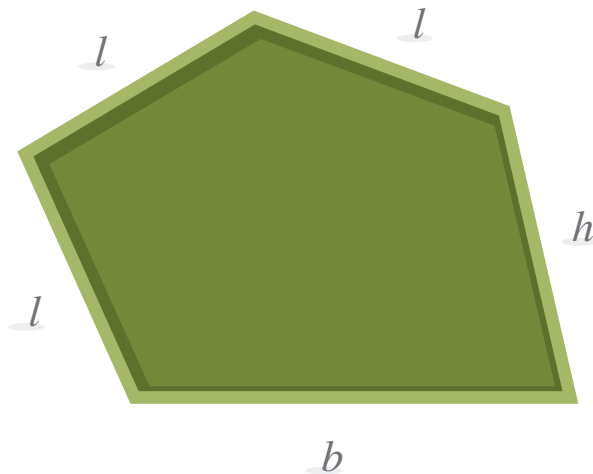
C) ¿Qué distancia hay entre árbol y árbol si don Chuy camina 120 m? _____

11 Diego gana una comisión f por cada \$100.00 que venda. Hoy vendió \$900.00, ¿cuál fue su comisión?

A) Si f vale \$3.00, ¿cuánto dinero le dieron de comisión? _____

B) Si f valiera \$5.00, como se lo han prometido, ¿cuánto tendrían que darle de comisión? _____

- 12 Observe la siguiente figura.



- A) ¿Cuál es el perímetro de la figura? _____
- B) Si l vale 9 m, h vale 11 m y b vale 13 m, ¿cuál es la medida del perímetro?
- _____

- 13 Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas.

Si $b = 12$, $l = 20$, $d = 5$, $h = 30$, $m = 1$

- A) $6b =$ _____
- B) $+9d =$ _____
- C) $8l + 5h =$ _____
- D) $5b - b =$ _____
- E) $-2h + 16d =$ _____
- F) $4l + 7b =$ _____
- G) $9b + l =$ _____
- H) $10m + 5b =$ _____

- 14 Analice la siguiente tabla, que muestra las fórmulas para calcular la cantidad de kilocalorías diarias que debemos consumir.

Tipo de actividad	Hombres	Mujeres
Ligera	$(11.6 p + 879) 1.55$	$(8.7 p + 829) 1.56$
Moderada	$(11.6 p + 879) 1.78$	$(8.7 p + 829) 1.64$
Intensa	$(11.6 p + 879) 2.1$	$(8.7 p + 829) 1.82$

Fuente: Saludalia Interactiva © Copyright 2000

La letra p representa el peso de la persona en kilogramos.

- A) ¿Cuántas kilocalorías debe consumir Pablo al día si pesa **67** kg y tiene una actividad intensa?

- B) Lucía realiza una actividad intensa y pesa **63** kg. ¿Cuántas kilocalorías debe consumir?

- C) Calcule las kilocalorías que deben consumir usted, su esposo o esposa y su asesor o asesora.

- D) Compare con sus compañeros sus respuestas.



- Para calcular el valor numérico de una expresión algebraica, se dan valores particulares a las literales y se opera con ellos.

Ejemplos.

$$\text{Si } m = 3 \text{ y } l = 9$$

$$12m + 8l = 12(3) + 8(9) = 108$$

$$\text{Si } f = 2 \text{ y } b = 6$$

$$4f^4 + 3f - 5b = 4(2^4) + 3(2) - 5(6) = 40$$

Propósito: *Usted encontrará la regularidad que relaciona una lista de cantidades.*

Actividad 9 Un derecho ciudadano



¿Conoce usted sus derechos como ciudadano? ¿Ha ejercido su derecho a votar? ¿Cuándo serán las próximas elecciones para presidente? Comente con su asesor o asesora.



Votar es un derecho ciudadano. En México se realizan elecciones para elegir presidente, gobernador en cada uno de los estados, presidentes municipales, diputados y senadores.

1 La siguiente lista muestra los últimos años en que ha habido elecciones presidenciales en México.

1946, 1952, 1958, 1964, 1970, 1976, 1982, 1988, 1994, 2000, 2006, 2012.

- A) ¿Cada cuántos años hay elecciones para presidente en nuestro país? _____
¿A los cuántos años se puede votar? _____
- B) El hijo de Víctor y Chela nació en enero de **2003**, ¿cuál es el primer año en que podrá votar para presidente? _____
- C) De continuar la actual política electoral, ¿habrá elecciones en el año **2055**? _____
¿Cómo lo supo? _____
- D) ¿Habrá elecciones en el año **2054** si continúa la misma política?
¿Cómo lo sabe? _____
- E) Si se pudiera conservar la política a través de los siglos, ¿en el año **6002** habrá elecciones? _____ ¿Cómo lo sabe? _____

F) Divida entre **6**, usando lápiz y papel, algunos de los años en que hubo elecciones.
¿Qué pasa con el residuo? _____

G) Analice alguna de las divisiones que realizó en el inciso anterior y conteste la pregunta.

$$\begin{array}{r} \text{Divisor} \rightarrow 6 \quad \overline{) 1946} \\ \underline{324} \\ 2 \end{array}$$

← Cociente
← Dividendo
← Residuo

¿Qué operaciones debe realizar para obtener cualquier año en el que hubo elecciones?

H) Suponga que desde hace muchos años ha habido votaciones cada **6** años y que siempre será así. Si multiplico **6** por algún número y le aumento **2**, ¿es un año de elecciones presidenciales?

I) Escriba en forma algebraica la afirmación anterior.

Si tuvo dificultades para contestar las preguntas anteriores, lea la siguiente información.

- Una **sucesión** es un conjunto de números en el que uno de ellos es designado como el primero; otro, como el segundo, otro más, como el tercero, y así consecutivamente. Cada número de la sucesión es un término.

Sucesión: **1946**, **1952**, 1958, 1964, 1970, 1976, ...

↑ ↑
primer segundo
término término

En ocasiones resulta útil obtener una expresión algebraica que genere cualquier término de la sucesión. Por ejemplo, en esta serie resulta útil una expresión algebraica con la que podamos conocer cualquier año de elecciones.

- Una estrategia para obtener una expresión algebraica consiste en aplicar nociones de divisibilidad de la siguiente forma:

- Calcular la diferencia entre dos términos adyacentes de una sucesión.

1946, 1952, 1958, 1964, 1970, 1976, 1982, 1988, 1994, 2000, 2006, 2012.



- Dividir los términos de la sucesión entre esa diferencia.

$$\begin{array}{r} 325 \\ 6 \overline{) 1952} \\ \underline{15} \\ 32 \\ \underline{2} \end{array}$$

- Si el residuo de la división es cero, basta con multiplicar el divisor (que representa la diferencia entre dos términos adyacentes de la sucesión) por el cociente (que representa el lugar que ocupa un término en la sucesión) para obtener cualquier término de la sucesión, por ejemplo, $6n$.
- Si el residuo de la división es distinto de cero, al resultado de multiplicar el divisor por el cociente se le suma el residuo para obtener cualquier término de la sucesión, por ejemplo $6n + 2$.

$$\begin{array}{r} \text{Diferencia entre dos términos} \\ \text{adyacentes de la sucesión} \rightarrow 6 \overline{) 1952} \leftarrow \text{Lugar que ocupa el término} \\ \underline{15} \leftarrow \text{Término de la sucesión} \\ 32 \\ \underline{2} \leftarrow \text{Residuo} \end{array}$$

Utilice la estrategia descrita anteriormente para resolver el juego “El reloj de 4 horas” que se encuentra en la página 1 de su Folleto de juegos.

Resolvamos otros problemas

2 En la sucesión **8, 14, 20, 26, ...**

- A) ¿Qué lugar ocupa el término **62** en la sucesión? _____
- B) ¿Qué lugar ocupa el término **1190** en la sucesión? _____
- C) ¿Qué operaciones se deben realizar para conocer el lugar que ocupa un término en una sucesión si se conoce el término de la sucesión, la diferencia entre dos términos adyacentes de la sucesión y el residuo? _____
- _____
- _____

Para conocer el lugar que ocupa un término en una sucesión, por ejemplo, el término **62** de la sucesión:

8, 14, 20, 26, ...

1. Se calcula la diferencia entre dos términos adyacentes de la sucesión: **6**
2. Se divide cualquier término de la sucesión por la diferencia entre dos términos adyacentes de la sucesión, para calcular el residuo.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 6 \overline{) 8} \\
 \underline{6} \\
 2 \leftarrow \text{Residuo}
 \end{array}$$

3. Hasta este punto, se conoce el valor del término (**62**), la diferencia entre dos términos adyacentes de la sucesión a la que pertenece ese término (**6**) y el residuo (**2**).
4. Se busca un número que al multiplicarlo por la diferencia y sumarle el residuo se obtenga como resultado **62**. En el ejemplo, ese número es **10**.

- 3 Analice la siguiente sucesión.

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14,...

- A) ¿Cuál es el siguiente término de la sucesión?
- B) El primer número de la sucesión es **2**; el segundo, **4**; etcétera, ¿qué número ocupará la posición **10** en la sucesión?
- C) Relacione, en la siguiente tabla, el término de la sucesión con el lugar que ocupa. Complete la tabla.

Lugar que ocupa el término	Término de la sucesión
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
.	.
.	.
.	.
50	

- D) ¿Qué operación se tiene que realizar con el **50** para obtener el valor del término que ocupa este lugar? _____
- E) ¿Qué operación se tiene que hacer con el lugar que ocupa un término de la sucesión para obtener su valor? _____
- F) Observe que para obtener cualquier término de la sucesión se debe multiplicar por **2** el lugar que ocupa. ¿Cómo escribiría el enunciado? _____
- G) Si n es el lugar que ocupa un término de la sucesión, ¿cómo representaría el valor del término? _____

La expresión general del **término enésimo** de una sucesión es la **expresión algebraica** que permite calcular cualquier término de la sucesión a partir del lugar que ocupa dentro de ella. En la sucesión 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... esa expresión es $2n$.

- 4 Analice las siguientes sucesiones y conteste las preguntas para obtener la expresión general del término enésimo.

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...

4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...

5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...

- A) ¿Qué similitudes encuentra entre las sucesiones anteriores?

- B) ¿Qué diferencias hay?

- C) ¿Por qué, en las sucesiones anteriores, se multiplica el lugar que ocupa un término por 2 para obtener el valor de cualquier término?

- D) ¿Por qué se suma una cantidad al resultado de esa multiplicación?

- E) ¿Esa cantidad es la misma para las tres sucesiones?

- F) Obtenga la expresión general del término enésimo de las sucesiones.

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ... _____

4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ... _____

5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ... _____

- 5 Escriba la expresión algebraica que representa los enunciados correspondientes y desarrolle la sucesión que responda a cada expresión. Vea el ejemplo.

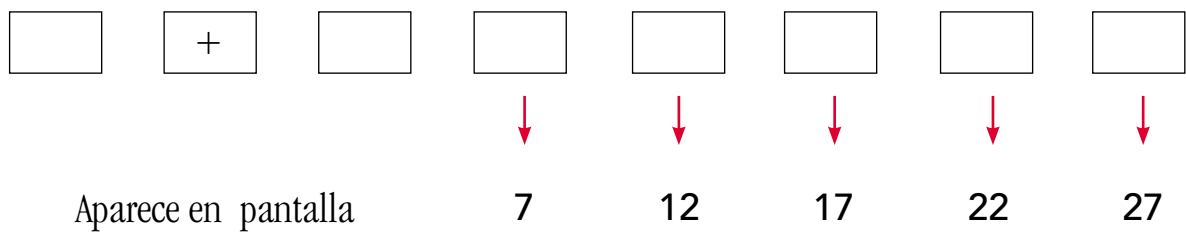
Regla	Expresión algebraica	Sucesión que genera
El lugar que ocupa el término se multiplica por 5 y al resultado se le suma 3.	$5n + 3$	8, 13, 18, 23,...
El lugar que ocupa el término se multiplica por 3 y al resultado se le suma 5.		
El lugar que ocupa el término se multiplica por 4 y al resultado se le resta 2.		
El lugar que ocupa el término se multiplica por 2 y al resultado se le resta 1.		

- 6 En la calculadora de su módulo, oprima las siguientes teclas y observe qué sucede.

Primer número que se ingresa en la calculadora		Segundo número que se ingresa en la calculadora	Primera vez que teclea el signo igual	Segunda vez que teclea el signo igual	Tercera vez que teclea el signo igual	Cuarta vez que teclea el signo igual	Quinta vez que teclea el signo igual
1	+	5	=	=	=	=	=
Aparece en pantalla			6	11	16	21	26
Sucesión que se genera			Primer término de la sucesión	Segundo término de la sucesión	Tercer término de la sucesión	Cuarto término de la sucesión	Quinto término de la sucesión

- A) ¿Qué número aparecerá la sexta vez que presione el signo igual? _____
- B) ¿Qué número aparecerá la séptima vez que presione el signo igual? _____
- C) ¿A qué se debe que cada vez que oprime la tecla $\boxed{=}$ el nuevo número que aparece es **5** unidades mayor que el anterior? _____
- D) Observe que el segundo número que ingresó a la calculadora es el **5**. ¿Coincide este número con la diferencia que hay entre términos adyacentes de la sucesión? _____
- E) ¿Qué número hay que sumar a **5** para que se obtenga el primer término de la sucesión que aparece en la calculadora? _____ ¿Coincide este número con el primer número que ingresó en la calculadora? _____

7 Complete el diagrama con las teclas que se oprimen en la calculadora para que aparezca la sucesión **7, 12, 17, 22, ...**



- A) Enuncie una regla para obtener cualquier término de la sucesión.

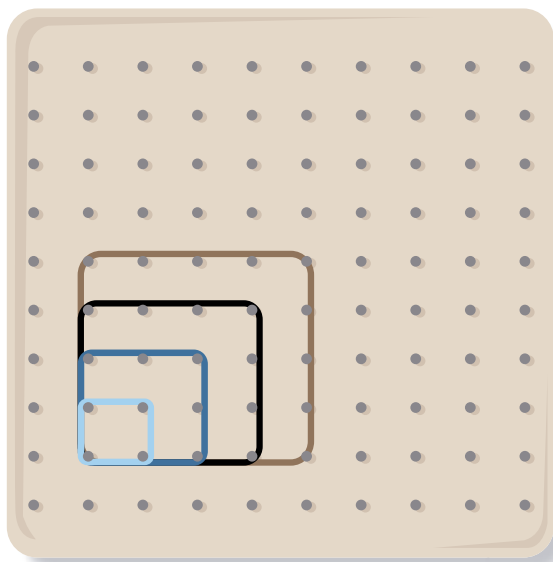
- B) Represente el enunciado del inciso anterior.

- C) Si n representa el lugar que ocupa un término en la sucesión, ¿cómo se representa el enunciado que se obtuvo en el inciso A? _____
- D) Utilice la expresión algebraica que se obtuvo en el inciso anterior para obtener otros términos de la sucesión. _____
- E) ¿Qué lugar ocupa el término **502** de la sucesión? _____


8 Analice la siguiente sucesión.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49,...

A) ¿Puede encontrar cada término sumando una cantidad al término anterior?
Para continuar, analice el siguiente diagrama.



Teniendo en cuenta que cada  representa una unidad cuadrada, realice lo que se le pide.

- B) Cuente cuántas unidades cuadradas tiene el cuadrado azul claro. _____
- C) Cuente cuántas unidades cuadradas tiene el cuadrado azul marino. _____
- D) Cuente cuántas unidades cuadradas tiene el cuadrado negro. _____
- E) Cuente cuántas unidades cuadradas tiene el cuadrado café. _____
- F) Teniendo en cuenta que cada  representa una unidad lineal, dibuje en el diagrama un cuadrado que mida 5 unidades por lado. Cuente cuántas unidades cuadradas tiene dicho cuadrado. _____

- G) Si dibujara un cuadrado de **6** unidades por lado, ¿cuántas unidades cuadradas tendría? _____
 ¿Cómo lo supo? _____
- H) Si representamos con l al número de unidades por lado que tiene cualquier cuadrado, ¿con qué fórmula calculamos su área?

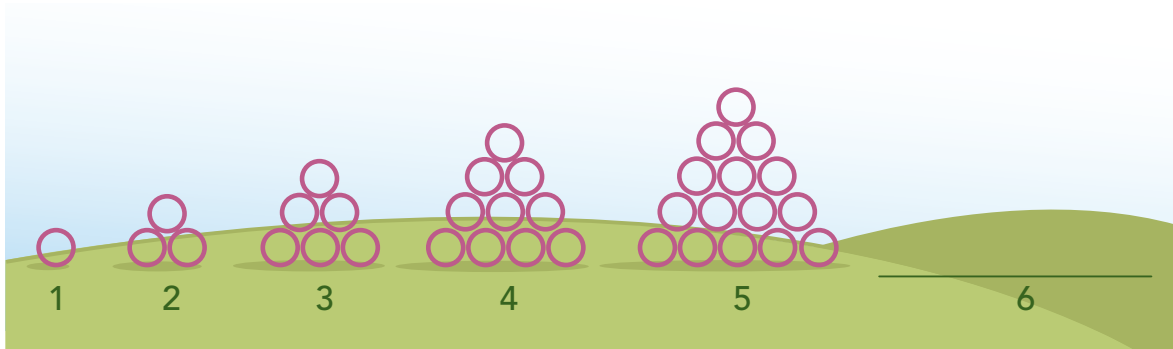
- I) Vuelva a analizar la sucesión y complete la tabla que está enseguida.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49,...

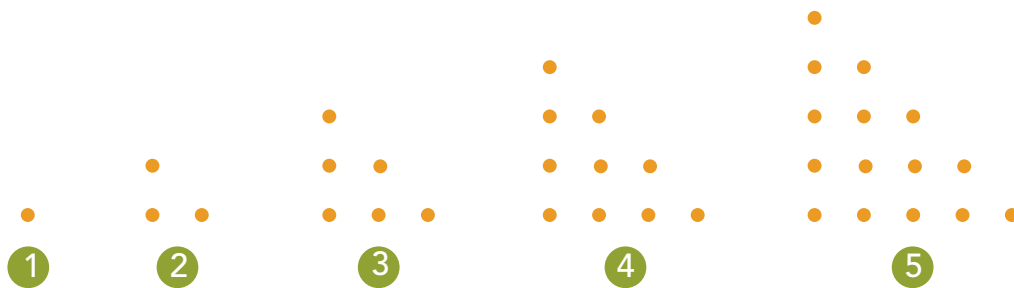
Lugar que ocupa el término de la sucesión	Término de la sucesión	Es igual a	También se puede representar como
1	1	1×1	1^2
2	4	2×2	
3	9		3^2
4			
5			
6	36		
7			
8			
9		9×9	
n		$n \times n$	

- J) Explique por qué una forma de representar algebraicamente la sucesión anterior es n^2 .

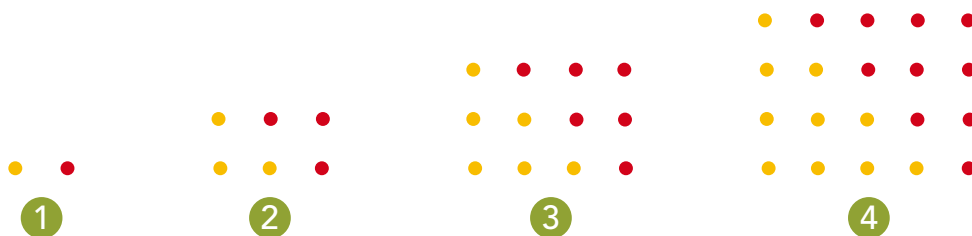
- 9 Estudie los tamaños que hay de un juego infantil compuesto por aros, y realice lo que se le indica.



- A) ¿Cuántos aros lleva el primer modelo? _____ ¿Cuántos el segundo, tercero, cuarto y quinto? _____
- B) En el lugar correspondiente, dibuje el sexto modelo.
- C) ¿Cuántos aros tendrá el décimo modelo? _____
- D) Analice la siguiente sucesión y busqué la relación con la sucesión anterior.

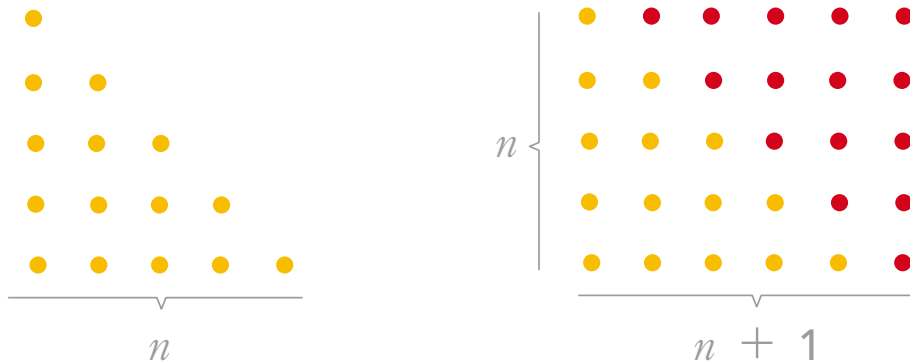


Analice los siguientes diagramas rectangulares.



- E) ¿Cuántos puntos tiene cada diagrama? _____
- F) ¿Puede encontrar una forma rápida de contar los puntos de cada diagrama? _____
 ¿Cuál? _____

Si se representa con n al número de puntos que tiene en la base cada elemento de la sucesión, podemos ver que al completar con puntos rojos un rectángulo, el rectángulo formado tiene $(n + 1)$ puntos en la base y n puntos en la altura.



- G) En el rectángulo formado, ¿hay igual cantidad de puntos rojos que amarillos? _____
- H) ¿Puede encontrar una forma rápida de conocer el total de puntos en el rectángulo?
 _____ ¿Cuál? _____
- I) ¿Está de acuerdo que el número de puntos en el rectángulo es $(n + 1)(n)$? _____
 ¿Por qué? _____
- J) Después de conocer el total de puntos del rectángulo, ¿qué operación le falta hacer para conocer solo el número de puntos amarillos? _____
- K) ¿Cuál es la expresión algebraica que permite calcular el número de aros del juego infantil? _____

El reconocimiento de patrones en las sucesiones pasa por cinco etapas.

1. **Ver el patrón.** Se analiza en la sucesión cómo se obtiene un término a partir del anterior. Por ejemplo, para obtener el siguiente término de la sucesión **3, 5, 7, 9, ...** se observa que la diferencia entre ellos es de **2**, por lo que se suma **2** al término **9**.
2. **Expresar el patrón.** Se describe con precisión la regla para obtener un elemento en una sucesión. Por ejemplo, para la sucesión **3, 5, 7, 9, ...** las reglas que se pueden mencionar son: *los números aumentan de 2 en 2* o *para escribir el número que sigue aumento 2*. Estas reglas no son suficientes para calcular el número que ocupa un lugar dentro de la sucesión.

Completar tablas como la siguiente puede apoyarnos a relacionar el término de la sucesión con el lugar que ocupa el término.

Lugar que ocupa el término	Término de la sucesión
1	2
2	4
3	6
50	¿?

3. **Registrar el patrón.** Se representa con dibujos, dibujos con palabras o con símbolos, o símbolos con palabras, la relación entre el valor de un término y su lugar dentro de la sucesión.
4. **Obtener la expresión general del término enésimo.** Es la expresión algebraica que permite calcular cualquier término de la sucesión a partir del lugar que ocupa dentro de ella.
5. **Verificar la fórmula.** Se comprueba que la regla cumple para todos los casos, para aplicarla posteriormente y obtener nuevos términos de la sucesión.

En su Folleto de juegos busque “El reloj de 4 horas” y juegue con sus compañeros y asesor o asesora, o con familiares y amigos.

Propósito: *Usted utilizará el lenguaje algebraico. Modelará con expresiones algebraicas algunas situaciones de la geometría y de la física.*

Actividad 10 La experiencia hace la diferencia



¿Ha realizado algún experimento?, ¿aprendió algo al realizarlo? Comente con su asesor o asesora.

Los experimentos son fuente de conocimiento, la mayoría de los conocimientos científicos han surgido a partir de experimentar una y otra vez. En ello las matemáticas juegan un papel muy importante pues permiten cuantificar y modelar distintos fenómenos.

Realice las siguientes actividades con ayuda de un compañero, familiar, amigo o asesor.

1 Consiga el material siguiente:

- Un resorte metálico o una liga (si tiene una báscula de resorte es mejor).
- Una regla graduada.
- Objetos cuyo peso conozca, o canicas de igual tamaño y peso.

Registre en la siguiente tabla los datos que vaya obteniendo.

Peso (p), número de canicas	0						
Longitud (l), en centímetros							

- Mida el tamaño del resorte. Escriba su medida en la tabla.
- Coloque peso, **8** canicas en un extremo del resorte. Mida el largo del resorte y regístrelo.
- Duplique el peso, ponga **8** canicas más. Vuelva a medir el largo del resorte y a registrar.

- D) Triplique el peso, **8** canicas más, y repita la operación hasta antes que el resorte se deforme.
- E) ¿Cómo cambia l respecto de p ? _____
- F) ¿Cuál es la fórmula que permite calcular l a partir de conocer p ? _____
-
- G) Busque en un libro de física cómo se le llama al fenómeno anterior.

- 2** Escriba la expresión algebraica que representa cada una de las afirmaciones siguientes, observe los ejemplos.

Un número más 15	$y + 15$
Un número menos 20	
El doble de un número	
El triple de un número	$3x$
El cuádruple de un número	
La suma de dos números	
El doble de un número más 12	
El triple de un número menos 4	$3m - 4$
La mitad de un número	
La mitad de un número menos 7	$\frac{x}{2} - 7$
Dos terceras partes de un número	
Un número dividido entre otro	
El producto de dos números	xy
El producto de dos números más 5	
La mitad del producto de dos números	
5 menos un número	$5 - b$
2000 menos un número	
6 más un número	
Un número más la mitad del mismo	
Ocho veces un número	
Un número al cuadrado	
Un número al cubo	m^3
Un número elevado al exponente ocho	

- 3 Marina compró un terreno de 200 metros cuadrados. Ella puede elegir las dimensiones de acuerdo con sus necesidades. Si quiere que las dimensiones del terreno sean metros enteros, ¿cuáles son las dimensiones que el terreno puede tener?

A) Haga un dibujo que describa la situación.

B) Complete la siguiente tabla.

Longitud (l), en metros	200	100	50	40	20
Ancho (a), en metros					

C) ¿Cuál es fórmula que permite encontrar el ancho a partir del largo?

- 4 Consiga el siguiente material:

- Varios objetos en forma de cilindro
- Una cinta métrica

A) Mida el diámetro de la base de cada objeto y el perímetro de la circunferencia.

B) Registre los datos en la tabla siguiente.

Longitud del diámetro (d), en cm								
Perímetro de la circunferencia (C), en cm								

C) Divida el perímetro de cada circunferencia entre la longitud del diámetro correspondiente, ¿qué resultado obtiene? _____

D) ¿Es constante en todos los casos? _____

E) ¿Cuál es la fórmula para calcular el perímetro de la circunferencia a partir de la longitud del diámetro? _____

5 Realice lo siguiente.

- Tome un palo largo y médalo con una cinta métrica.
- Marque la mitad del palo.
- En un extremo cuelgue una pesa de 1 kg o 1 kg de frijol o de maíz.
- Cuelgue en el otro extremo dos pesas de 1 kg o 2 kg de frijol o de maíz.
- Apóyelo a la mitad sobre una base.

A) ¿Qué sucede? _____

B) Busque la manera de ponerlo en equilibrio sin quitar peso de ningún lado.

C) ¿De qué manera puede lograrlo? _____

D) ¿Cuál es la distancia entre el objeto que pesa un kilogramo y el punto de apoyo?

E) ¿Cuál es la distancia entre el peso de 2 kilogramos y el punto de apoyo?

F) Haga un dibujo de la situación.

G) Escriba los resultados en la siguiente tabla.

Peso del objeto (p)	(p_1) 1 kg	(p_2) 2 kg
Distancia (d)	(d_1)	(d_2)

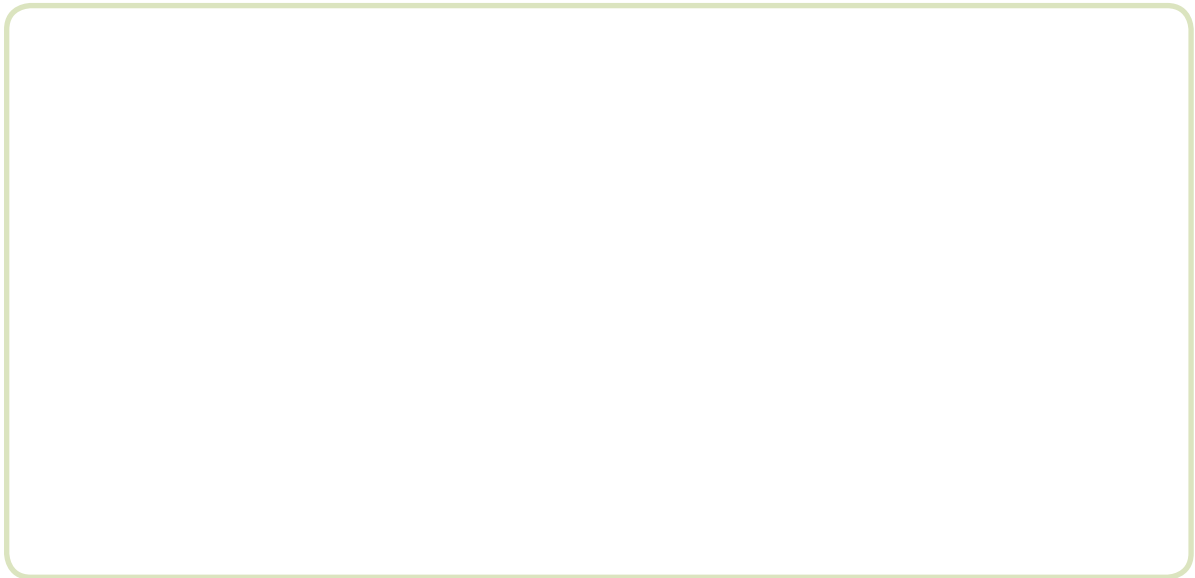
H) ¿Cómo puede conocer d_2 a partir de conocer las otras tres cantidades?

- 6 Analice los datos de la tabla siguiente referentes a medidas de cuadrados. Complétela y realice lo que se le indica.

Longitud (l), en centímetros	1	2	3	4	5	6	7	8
Área (A), en centímetros cuadrados	1	4	9	16		36		

- A) ¿Al duplicar la medida del lado de un cuadrado, su área se duplica? _____
 ¿Qué sucede con el área respecto del área inicial? _____

- B) Dibuje un cuadrado de 1 cm^2 de área y un cuadrado 9 cm^2 de área.



- C) ¿Al triplicar la medida del lado de un cuadrado, su área se triplica? _____
 ¿Qué sucede con el área respecto del área inicial? _____
- D) ¿Qué pasa con el área de un cuadrado al cuadruplicar y quintuplicar la medida de sus lados? _____
- E) Escriba la fórmula para calcular el área de un cuadrado. _____
- F) Analice los datos de la siguiente tabla y complétela.

Lado (l)	5	10	15	20	25	30	35
Área (A)	25	100	225	400	625	900	1 225
		25(2)(2)	25(3)(3)	25(4)(4)			

- G) Óscar escribió las cantidades que aparecen en el último renglón porque dice que si se duplica la medida de los lados de un cuadrado, el área original se multiplica por 2^2 ; si se triplica la medida de los lados, el área original se multiplica por 3^2 ; cuando se cuadruplica la medida de los lados, el área original se multiplica por 4^2 , y así sucesivamente. ¿Tiene razón? _____
- H) Una lona que mide 4 m de ancho por 6 m de largo cuesta \$234.00, ¿cuánto costará una lona de la misma calidad que mide 8×12 m? _____
- I) Al aumentar el diámetro de un círculo al triple, ¿cuánto aumenta su área?

- 7 Analice los datos de la tabla siguiente referentes a medidas de los volúmenes de cubos. Complétela y realice lo que se le indica.

Arista (l)	1	2	3	4	5	6	7	8
Volumen (V)	1	8	27		125		343	

- A) ¿Al duplicar la medida de la arista de un cubo, ¿qué sucede con el volumen respecto del volumen del cubo inicial? _____
- B) Haga el dibujo de un cubo de arista 1 y de un cubo de arista 2.

Para saber más

En su Revista *Lecturas de matemáticas*, lea “Regularidades matemáticas”, y conteste las siguientes preguntas.

1. ¿Cuál es el tema de la lectura?

2. ¿Le parece interesante? _____ ¿Por qué? _____

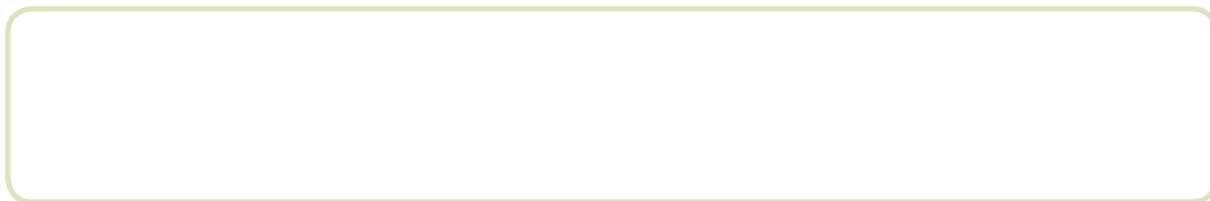
3. ¿Qué tipo de regularidades encuentra a su alrededor?

En su Folleto de juegos diviértase jugando “Jun Jun” en sus dos versiones, después conteste la pregunta siguiente.

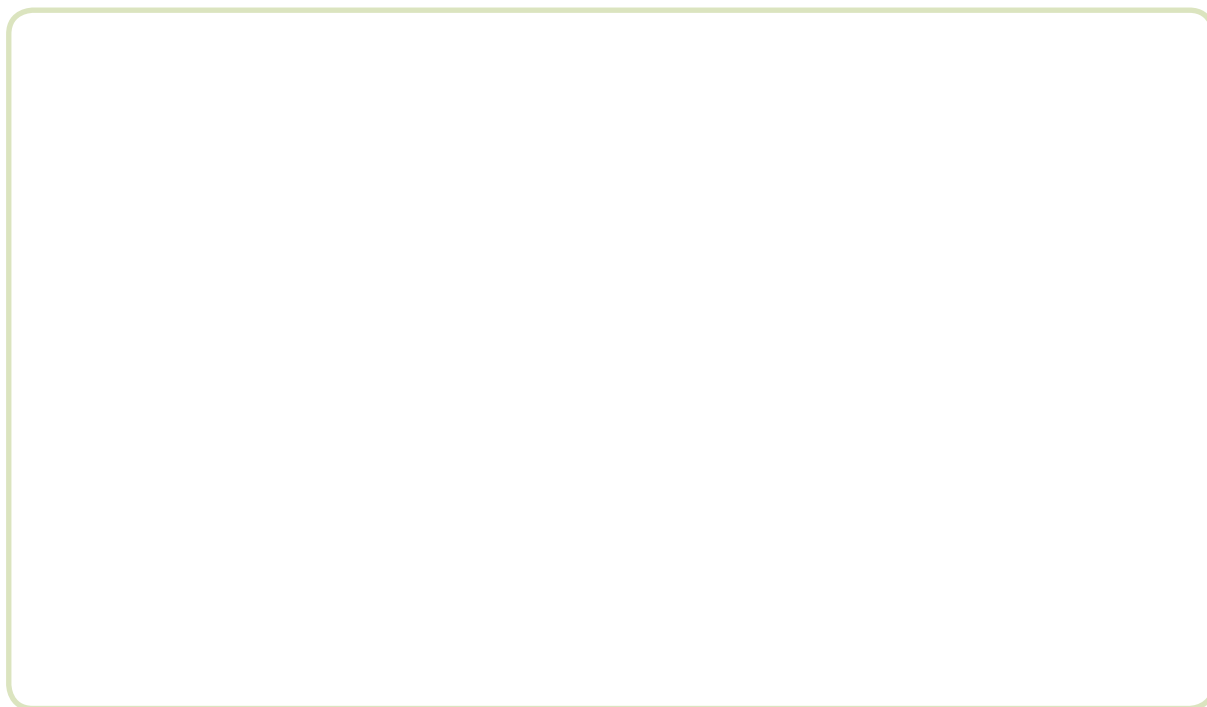
¿Encontró una manera para ganar siempre? Si no la encontró, siga jugando.

Autoevaluación Unidad 3

- 1 En cada movimiento una araña recorre la mitad de la distancia que la separa de su presa. La distancia que la separa de una mosca es b , ¿cuánto recorrerá en el primer movimiento?

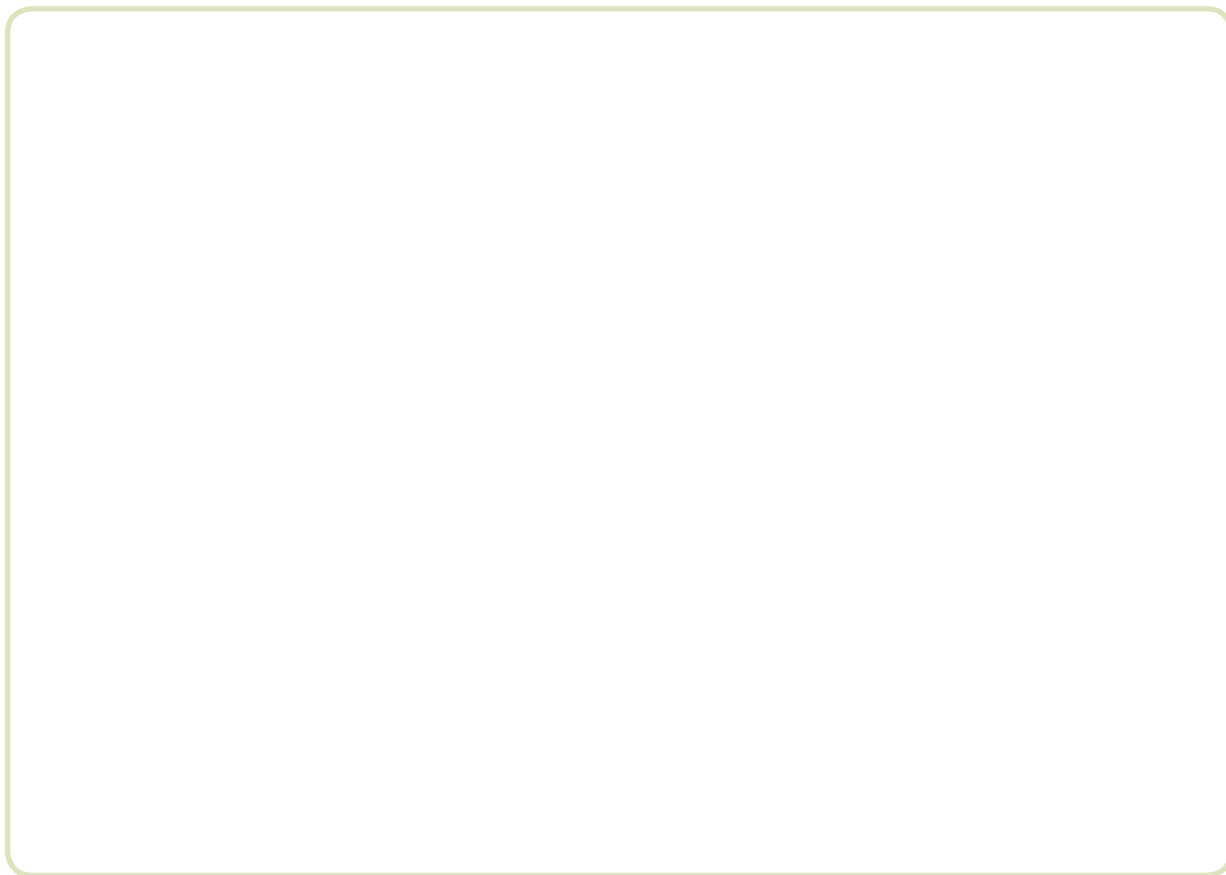


- 2 Mire a su alrededor e identifique todos los objetos que tienen forma cuadrada.
- A) Dibuje un objeto de los que vio y al lado dibuje un cuadrado que represente a todos los objetos cuadrados que vio.



- B) Escriba una letra que represente la medida del lado de cualquier cuadrado. _____
- C) ¿Cuál es el perímetro del cuadrado? _____

- 3 Dibuje cuatro cuadrados del mismo tamaño, uno junto a otro, para formar un rectángulo largo.



A) Elija una letra para representar la medida del lado de cada cuadrado.

B) ¿Cuánto mide el ancho y el largo del rectángulo formado?

C) ¿Cuánto mide el perímetro del rectángulo? _____

- 4 Simplifique las siguientes expresiones algebraicas.

A) $x + x + x + x =$ _____

B) $+2x + x =$ _____

C) $l + 2l + 6l =$ _____

D) $8b - 2b =$ _____

- 5 Calcule el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas si $b = 12$, $l = 20$, $a = 5$, $h = 30$ y $m = 1$.

- A) $9b =$ _____
 B) $+5h =$ _____
 C) $2l + 5a =$ _____
 D) $5m - m =$ _____
 E) $-m + 16b =$ _____
 F) $24l + 7h =$ _____
 G) $3h + l =$ _____
 H) $12a + 5b =$ _____

- 6 Analice la siguiente sucesión.

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50,...

- A) El primer número de la sucesión es 5; el segundo, 10, etcétera. ¿Qué número ocupará la posición 100 en la sucesión? _____
 B) Escriba una expresión algebraica que la describa. _____
 C) Analice la siguiente sucesión.

6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 46, 51,...

- ¿En qué se parece a la primera? _____
 ¿En qué es diferente? _____
 D) Escriba una expresión algebraica que la describa. _____

- 7) Escriba una sucesión que responda a la expresión $4n + 1$.

- 8) Escriba los términos faltantes en las siguientes sucesiones.

A) 4, 9, 14, 19, _____, _____, 34, 39,...

B) 1, 3, 6, 10, _____, _____, 28,...

C) 125, 122, 119, _____, _____, ...

D) _____, _____, 33, 44, 55,...

- 9) El precio de un antecomedor está compuesto por el precio de la mesa más el precio de cada una de las sillas.

Número de sillas (x)	2	4	6	8	10
Precio total (y), mesa con sillas	\$1,100	\$1,400			

- A) ¿Cuál es la diferencia entre el precio del antecomedor con 2 y con 4 sillas?

- B) ¿Cuál es el precio de 2 sillas? _____

C) Complete la tabla.

- D) Escriba una expresión que relacione el precio total con el número de sillas que requiera el comprador. _____

- 10) Carlos compró un terreno de 240 metros. Él puede elegir las dimensiones de acuerdo con sus necesidades. Si quiere que las dimensiones del terreno sean metros enteros, ¿cuáles son las dimensiones que el terreno puede tener?

A) Haga un dibujo que describa la situación.



B) Complete la siguiente tabla.

Largo (l), en metros	240	120	80	60	40	30	24	20
Ancho (a), en metros								

C) ¿Cuál es la fórmula que permite encontrar el ancho a partir del largo?



4

UNIDAD

Ecuaciones
de primer grado



En esta unidad, usted:

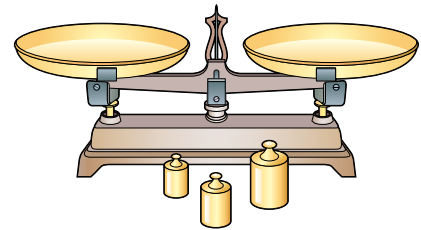
- Aplicará las nociones de ecuación de primer grado y de incógnita.
- Resolverá problemas que involucran ecuaciones de las formas $x + a = b$ y $a - x = b$.
- Resolverá problemas que involucran ecuaciones de las formas $ax = b$ y $\frac{x}{a} = b$
- Resolverá problemas que involucran ecuaciones de las formas $ax + b = c$ y $\frac{x}{a} + b = c$

Propósito: *Usted aplicará las nociones de ecuación de primer grado y de incógnita.*

Actividad 11 Con un poco de ingenio



¿En su comunidad se usan o alguna vez se usaron balanzas de platillos?, ¿sabe utilizar una?, ¿cómo se podía saber, con ese instrumento, el peso de un pedazo de carne? Comente con su asesor o asesora.



En la antigüedad se usaban las balanzas de platillos para saber el peso de determinados objetos; sin embargo, no siempre era fácil obtener un resultado ya que mantenerla en equilibrio requiere de mucho ingenio.

- 1** Rosalía necesita pesar **3 kg** de frijol negro, ¿cómo lo puede hacer si solo tiene una balanza de platillos y dos pesas, una de **5 kg** y otra de **2 kg**? Analice los pasos que usted realizaría en la situación de Rosalía, anótelos a continuación y conteste las preguntas.

- A) ¿Es necesario que la balanza esté siempre en equilibrio? _____ ¿Por qué?

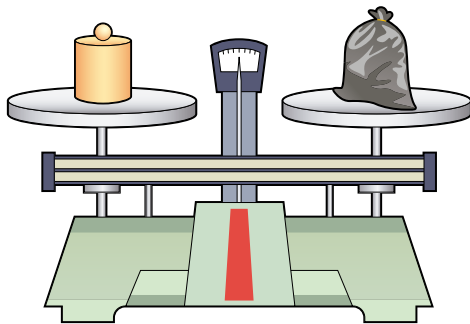
- B) ¿Tuvo dificultades para solucionar cómo pesar los **3 kg** de frijol? Escríbalas y comente con su asesor o asesora. _____

2 Uriel trabaja en una forrajería. Es un negocio que vende alimentos balanceados para animales, semillas, fertilizantes y algunos plaguicidas. Para pesar a granel el alimento de los animales, le dieron una balanza de platillos y pesas.






 0.5 kilogramo 1 kilogramo 5 kilogramos



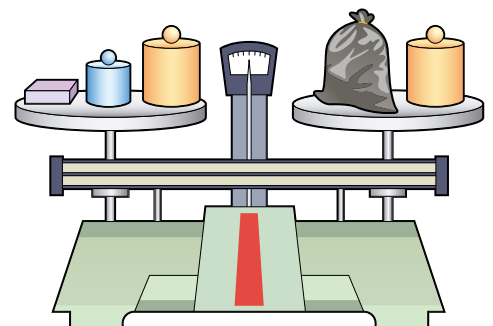
- A) ¿Cuánto pesa la bolsa de alimento? _____
- B) ¿Cómo se sabe que la balanza indica el peso correcto de la bolsa? _____

- C) Si se quita la pesa de 5 kilogramos, ¿la balanza mantiene el equilibrio? _____

¿Por qué? _____

- D) Si se coloca, además, la pesa de medio kilogramo junto a la de 5 kilogramos, ¿la balanza mantiene el equilibrio? _____ ¿Por qué? _____

3 A Uriel le sobró un bulto de alimento, y necesita saber cuánto pesa el sobrante. Después de varios intentos, finalmente logró que la balanza se equilibrara de la siguiente forma:



- A) ¿Cuánto pesa el sobrante de alimento? _____
- B) ¿Cómo lo supo? _____

Observe cómo Olga y Lupe razonan el equilibrio de la balanza para el sobrante de alimento.

¡Vamos a ver! Tenemos que medio kilogramo más un kilogramo más cinco kilogramos pesa lo mismo que el bulto con el sobrante más cinco kilogramos. Lo puedo representar con la siguiente operación:

$$0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg} + 5 \text{ kg} = ? + 5 \text{ kg}$$



Así es. También, si quitamos de la balanza las pesas de cinco kilogramos, de cada platillo, el equilibrio se mantiene.

Exactamente, a la operación
 $0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg} + 5 \text{ kg} = ? + 5 \text{ kg}$
 le voy a quitar los cinco kilogramos de cada lado y lo represento así:
 $0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg} + 5 \text{ kg} - 5 \text{ kg} = ? + 5 \text{ kg} - 5 \text{ kg}$
 Elimino los 5 kg de ambos lados:
 $0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg} + \cancel{5 \text{ kg}} - \cancel{5 \text{ kg}} = ? + \cancel{5 \text{ kg}} - \cancel{5 \text{ kg}}$
 Y me queda así:
 $0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg} = ?$

¡Ya sé! El sobrante de alimento pesa 0.5 kg más 1 kg, esto es un kilogramo y medio.



Una **igualdad** indica que dos expresiones representan un mismo número.

Ejemplos.

$$4 = 4 \quad 16 = 2(8) \quad 6x + 4 = 28 \quad p = 3l$$

Propiedades de la igualdad

- El sumar un mismo número a ambos miembros de la igualdad no la altera. Es decir, el resultado es el mismo en ambos miembros.

Ejemplo.

$$7 + 8 = 10 + 5$$

al sumar 12: $7 + 8 + 12 = 10 + 5 + 12$

$$27 = 27$$

- El restar un mismo número a ambos miembros de la igualdad no la altera. Es decir, el resultado es el mismo en ambos miembros.

Ejemplo.

$$30 + 15 = 40 + 5$$

al restar 23: $30 + 15 - 23 = 40 + 5 - 23$

$$22 = 22$$

- Al multiplicar ambos miembros de la igualdad por un mismo número (diferente de cero) se obtiene igual resultado en ambos miembros.

Ejemplo.

$$4 + 3 = 2 + 5$$

al multiplicar por 15: $15(4 + 3) = 15(2 + 5)$

$$105 = 105$$

- Al dividir ambos miembros de la igualdad entre un mismo número (diferente de cero) se obtiene igual resultado en ambos miembros.

Ejemplo.

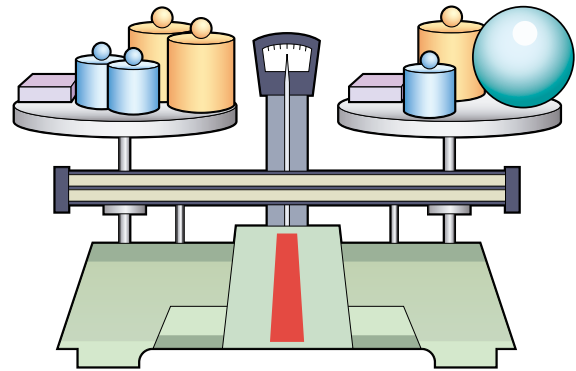
$$15 + 12 = 13 + 14$$

al dividir entre 3: $\frac{15 + 12}{3} = \frac{13 + 14}{3}$

$$9 = 9$$

Resolvamos otros problemas

- 4 Describa qué haría en la balanza para dejar solamente la esfera verde en el platillo de la derecha y así saber su peso.



Paso 1: _____

Paso 2: _____

Paso 3: _____

Peso de la esfera verde: _____

- 5 Rodrigo gana \$45.00 más que Óscar. Rodrigo gana \$925.00. ¿Cuánto gana Óscar?
- 6 Las medidas de un parque con forma cuadrada son de 6 m por lado. ¿Cuánto mide el perímetro del parque?
- A) Escriba la fórmula. _____
- B) Realice los cálculos. _____
- 7 Juan tiene dos relojes de arena, uno que dura 11 minutos y otro que dura 3 minutos, ¿cómo le hace para medir 5 minutos?
- _____
- _____
- 8 Escriba el número o expresión que falta para completar la igualdad.
- A) $8 + 5 = 9 +$ _____ B) $45 - 5 = 9 +$ _____
- C) $9w + 6w = 4w +$ _____ D) $96a - 17a = 60a +$ _____

- Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, en las cuales la literal representa un valor desconocido llamado **incógnita**, y se busca encontrar un valor para dicha incógnita.

Ejemplo.

¿Qué número al ser multiplicado por 8 da 40? Se puede representar en la ecuación siguiente:

$$8x = 40$$

donde x es la incógnita.

- **Solución** es el valor que al sustituirlo en la ecuación por la incógnita permite llegar a una identidad.

Ejemplo.

$$8x = 40$$

$$8(5) = 40$$

$$40 = 40$$

- **Miembros de la ecuación.** Una ecuación está formada por el signo $=$ y dos miembros; el primer miembro se encuentra a la izquierda del signo $=$, y el segundo, a la derecha. Una ecuación y sus miembros hacen alusión a una balanza de platillos, en la que los platillos son los miembros de la ecuación y el signo igual representa el equilibrio de la balanza.

Ejemplo.

$$\underbrace{8x}_{\text{Primer miembro}} = \underbrace{40}_{\text{Segundo miembro}}$$

- Una **ecuación de primer grado** se caracteriza porque las literales o incógnitas están elevadas al exponente uno.

Ejemplos.

$$8x = 40$$

$$7y + 6z = 79$$

En estos casos, x , y y z están elevadas al exponente 1, pero no se acostumbra escribir x^1 .

Propósito: *Usted resolverá problemas que involucran ecuaciones de las formas $x + a = b$ y $a - x = b$.*

Actividad 12 El cambio



¿Le ha pasado que al comprar algún producto, le dicen que no hay cambio?, ¿ha salido de la tienda con duda si le habrán dado bien el cambio o le dieron de más o de menos? Comente con su asesor o asesora.



Dar y recibir cambio es una situación tan cotidiana que pareciera no tener ningún problema. Sin embargo, con mucha frecuencia, dudamos si el cambio que dimos o recibimos fue correcto.

1 Bety es cajera de una zapatería. Esta mañana tuvo que cobrar **\$178.00** de un billete de **\$200.00**. Ella le preguntó al cliente si traía cambio y él le dijo que solo traía **\$3.00**, ella aceptó. ¿Cuánto tiene que regresar de cambio?

A) ¿Qué cantidades se conocen y cuáles se desconocen?

B) Analice los datos de la siguiente tabla.

Cantidades conocidas	Cantidad desconocida
Cantidad de miembros de la familia (5)	Cantidad de litros de agua que malgasta un miembro de la familia
Cantidad de agua malgastada (580 litros)	

- C) Bety encontró la siguiente relación entre las cantidades: “La cantidad a cobrar más el cambio es lo mismo que la cantidad pagada más la cantidad adicional”. ¿Puede encontrar otra relación? Escríbala.

- D) El cliente de Bety encontró otra relación de las cantidades, él afirma que el cambio es la cantidad que resulte de doscientos más tres menos ciento setenta y ocho. ¿Esta relación es correcta? _____
- E) Elija una literal para representar la cantidad desconocida. _____
- F) Represente la relación que encontró Bety, sustituya la cantidad desconocida con la literal que eligió.

“La cantidad a cobrar más el cambio es lo mismo que la cantidad pagada más la cantidad adicional.”

- G) Sustituya la cantidad desconocida con la literal que eligió y las cantidades conocidas en la relación que el cliente encontró.

“El cambio es la cantidad que resulte de doscientos más tres menos ciento setenta y ocho.”

- H) Comente con su asesor o asesora si las dos relaciones que se encontraron son correctas.

Para encontrar el valor desconocido, tiene que **despejar** la incógnita.

Cuando se solicita **despejar** una ecuación se refiere a dejar “sola” en un lado de la igualdad (del signo =) la incógnita que se está buscando.

Ejemplo.

Despejar la ecuación $2x - 6 = 14$

Significa dejar “sola” a la x .

Resolviendo de la siguiente forma:

Sumamos 6 en ambos lados de la igualdad.

$$\begin{aligned} 2x - 6 + 6 &= 14 + 6 \\ 2x &= 20 \end{aligned}$$

Ahora se dividen entre 2 ambos lados de la igualdad.

$$\begin{aligned} \frac{2x}{2} &= \frac{20}{2} \\ x &= 10 \end{aligned}$$

La x se encuentra “sola” y por lo tanto se ha despejado la ecuación.


Se puede utilizar la balanza para despejar la incógnita, hay que dejar lo que se busca en uno de los platillos y en el otro, las cantidades conocidas, para encontrar el valor de la incógnita.

Ejemplo.

La expresión anterior: “La cantidad a cobrar más el cambio es lo mismo que la cantidad pagada más la cantidad adicional”, usando la literal l , es la siguiente:

$$178 + l = 200 + 3$$

es decir:

$$178 + l = 200 + 3$$


Se quita **178** de cada platillo para mantener la igualdad.

$$178 - 178 + l = 200 + 3 - 178$$



Como $178 - 178 = 0$ y $200 + 3 - 178 = 25$, entonces

$$l = 25$$



Por lo tanto, l , que representa el cambio, tiene el valor de **25**. Bety debe dar **\$25.00** de cambio a su cliente.

- 2** Utilice el procedimiento de la balanza para resolver la expresión:

“El cambio es la cantidad que resulte de doscientos más tres menos ciento setenta y ocho.”

- A) ¿Llegó a la misma solución? _____
Comente con su asesor o asesora si las dos expresiones dan solución a la situación de Bety.
- B) Si el cliente hubiera dado **\$28.00**, ¿qué ecuación podría utilizar Bety para conocer el cambio que tendría que dar? _____

Observe la forma en que Ramona razona la situación anterior.

¡Vamos a ver! La cantidad que el cliente pagará por los zapatos no cambia, sigue siendo \$178.00; el billete con el que pagará tampoco cambia, sigue siendo de \$200.00. Sin embargo, la cantidad adicional es la que cambió, ahora el cliente da \$28.00 en lugar de \$3.00. Entonces en la tabla se registran las cantidades conocidas y la cantidad desconocida:

Cantidades conocidas	Cantidad desconocida
Cantidad a cobrar (\$178.00)	El cambio
Cantidad pagada (\$200.00)	
Cantidad adicional al pago (\$28.00)	

Si se vuelve a elegir la literal l como la que representa el valor del cambio, entonces se puede representar la relación entre las cantidades de varias formas:

$$178 + l = 200 + 28$$

$$200 = (178 + l) - 28$$

y podemos encontrar muchas más.

Cualquiera de esas relaciones puede solucionar el problema, es decir, si elijo alguna de esas relaciones podré encontrar cuánto hay que dar de cambio. Si trabajo con la primera, que para mí es la más fácil, usando el procedimiento de la balanza tengo:

$$178 + l = 200 + 28$$

esto es:

$$178 + l = 228$$

$$178 - 178 + l = 228 - 178$$

$$0 + l = 50$$

$$l = 50$$



Lo que indica que tengo que regresar \$50.00 de cambio. Este mismo resultado lo obtendría si hubiese elegido la otra relación.



Resolvamos otros problemas

- 3** Araceli es supervisora de calidad. Encontró que los refrescos de litro y medio traen menor cantidad de líquido del que dice la etiqueta. Al medir la cantidad de refresco del envase, encontró que solo trae **1.324** litros. ¿Cuál es la cantidad de líquido que hace falta para que la botella realmente tenga litro y medio de líquido?

- A) Llene la tabla con las cantidades conocidas y la cantidad desconocida del problema.

Cantidades conocidas	Cantidad desconocida

- B) Escriba, con enunciados, las relaciones que puede encontrar con las cantidades descritas en la tabla.

- C) Elija una letra para representar la incógnita de cada relación encontrada. _____

- D) Represente con una ecuación cada relación encontrada, utilice la letra que eligió en el inciso anterior.

E) Elija una de las relaciones y resuélvala con el método de la balanza.

Una **ecuación** que resuelve el problema anterior es la siguiente, en la que se utiliza la letra h para representar la incógnita.

Ecuación
Incógnita

$$1.5 = h + 1.324$$

Primer miembro
Segundo miembro

Para plantear una ecuación que dé respuesta a un problema, es necesario:

- a) Leer con detenimiento el problema.
- b) Analizar cómo están relacionados los datos del problema y establecerlo. Se puede utilizar una tabla para cantidades conocidas y cantidades desconocidas.
- c) Elegir una letra para cada cantidad desconocida.
- d) Plantear la ecuación que representa la relación.
- e) Asegurarse, que la ecuación representa la relación que indica el problema y que los miembros de la ecuación son equivalentes, es decir, que la “balanza” esté en equilibrio.
- f) Resolver la ecuación. Se puede utilizar el procedimiento de la balanza.
- g) Verificar que la respuesta obtenida cumple las condiciones del problema.

4 Paty pagó \$167.00 por un par de tenis que costaban \$217.00. ¿Cuánto le descontaron?

A) Llene la tabla con las cantidades conocidas y la cantidad desconocida del problema.

Cantidades conocidas	Cantidad desconocida

B) Escriba, en forma de enunciados, las relaciones que puede encontrar con las cantidades descritas en la tabla.

C) Elija una letra para representar la incógnita de cada relación encontrada. _____

D) Represente con una ecuación cada relación encontrada, utilice la letra que eligió en el inciso anterior.

E) Elija una de las relaciones y resuélvala con el método de la balanza.

5 Mary compró \$286.00 de mercancía. Al pagar con un billete de \$500.00, la cajera le pidió \$36.00 más. ¿Cuánto dinero tiene que regresarle de cambio?

A) Llene la tabla con las cantidades conocidas y la cantidad desconocida del problema.

Cantidades conocidas	Cantidad desconocida

B) Escriba, en forma de enunciados, las relaciones que puede encontrar con las cantidades descritas en la tabla.

C) Elija una letra para representar la incógnita de cada relación encontrada. _____

D) Represente con una ecuación cada relación encontrada, utilice la letra que eligió en el inciso anterior.

E) Elija una de las relaciones y resuélvala con el método de la balanza.

Es muy común pedir que se resuelvan ecuaciones sin presentar ningún problema, por ejemplo.

$$a + 23 = 45$$

Para estos casos, también se sugiere utilizar para su solución el método de la balanza:

$$\begin{aligned} a + 23 - 23 &= 45 - 23 \\ a &= 22 \end{aligned}$$

Es decir, se realizan las mismas operaciones en ambos miembros de la igualdad.

- 6 Resuelva las siguientes ecuaciones con el método de la balanza, recuerde colocar todos los pasos y las operaciones.

A) $89 - b = 97$

B) $m - 56 = 206$

C) $5 = c - 9$

Para resolver una ecuación de la forma $x + a = b$, donde x es la incógnita, se resta a en ambos lados de la ecuación:

$$\begin{aligned}x + a &= b \\x + a - a &= b - a\end{aligned}$$

Como $a - a = 0$

$$x = b - a$$

Ejemplo.

$$\begin{aligned}x + 65 &= 135 \\x + 65 - 65 &= 135 - 65 \\x &= 135 - 65 \\x &= 70\end{aligned}$$

Para resolver una ecuación de la forma $a - x = b$, donde x es la incógnita, se resta a en ambos lados de la ecuación:

$$\begin{aligned}a - x &= b \\a - a - x &= b - a\end{aligned}$$

Como $a - a = 0$

$$-x = b - a$$

Para que el valor de x quede positivo, se multiplican ambos miembros de la ecuación por (-1) :

$$\begin{aligned}(-1)(-x) &= (-1)(b - a) \\x &= -b + a\end{aligned}$$

Ejemplo.

$$\begin{aligned}45 - x &= 8 \\45 - 45 - x &= 8 - 45 \\-x &= 8 - 45 \\-x &= -37 \\(-1)(-x) &= (-1)(-37) \\+x &= 37\end{aligned}$$

Propósito: *Usted resolverá problemas que involucran ecuaciones de la forma $ax = b$ y $\frac{x}{a} = b$.*

Actividad 13 Agua malgastada



¿Usted cuenta con servicio de agua potable? ¿Tiene problemas para conseguir el agua que consume diariamente? Comente con su asesor o asesora.



El agua es un líquido esencial para la vida, que además de beberse, se usa en múltiples actividades diarias, como son bañarse, lavar trastes, lavarse los dientes, etcétera.

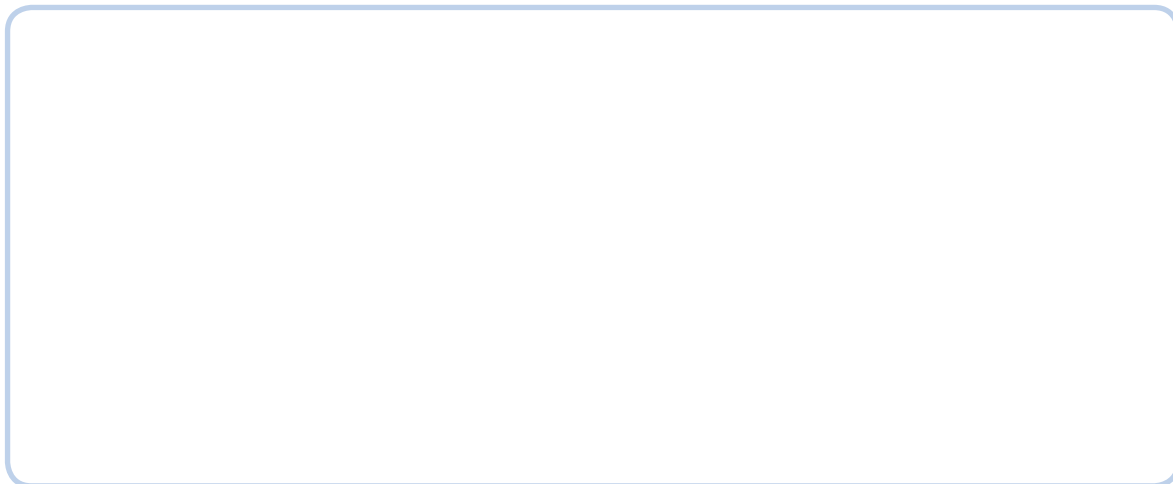
1 La *Revista del Consumidor* realizó un cálculo para conocer la cantidad de agua que puede malgastar al día una familia de **5** miembros. Los resultados fueron que la familia malgastó **580** litros. ¿Cuántos litros de agua malgasta un solo miembro de la familia?

A) Para conocer cuántos litros de agua malgasta cada miembro de la familia, complete la tabla de relaciones entre las cantidades conocidas y la cantidad desconocida.

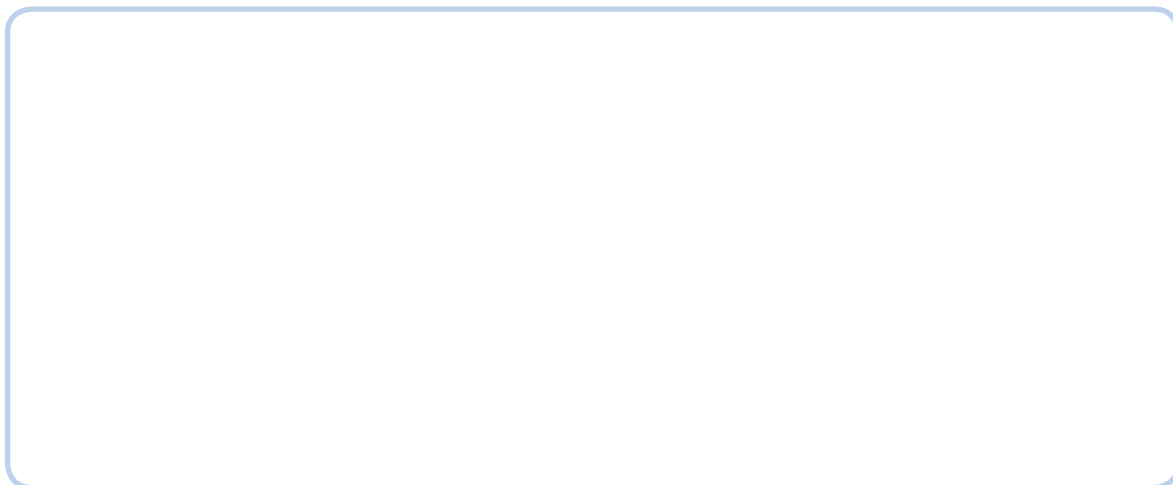
Cantidades conocidas	Cantidad desconocida

B) Use la letra p como incógnita y escriba la ecuación que relacione los datos. Asegúrese de que la ecuación represente los datos del problema y los dos miembros sean equivalentes.

C) Resuelva la ecuación por el método de la balanza.



D) Verifique que el resultado es correcto.



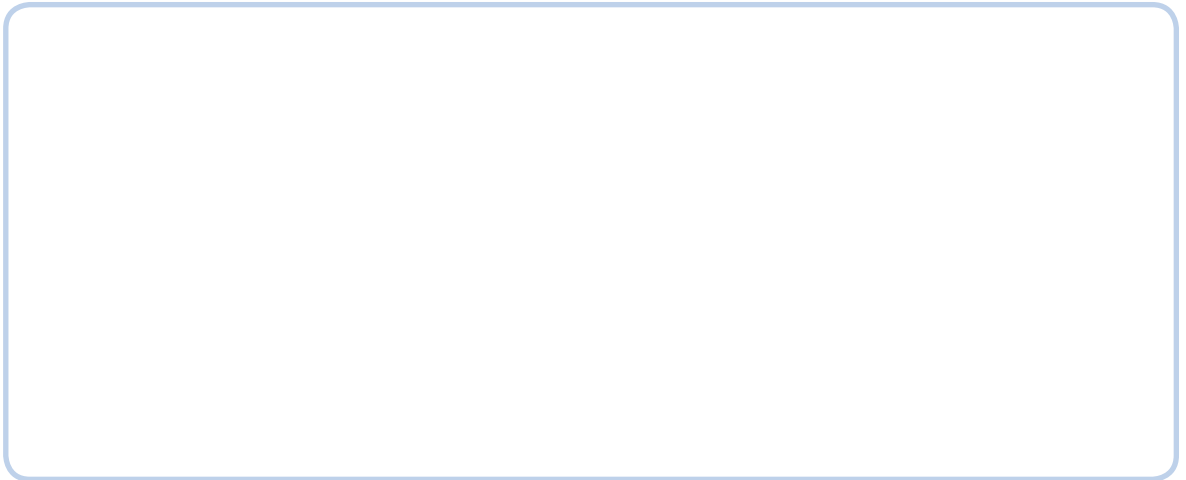
E) ¿Cuántos litros de agua malgasta un solo miembro de la familia? _____
Compare sus respuestas con las de sus compañeros.

2 La familia malgasta **29** cubetas de agua, lo que da un total de **580** litros. ¿De cuántos litros es cada cubeta de agua?

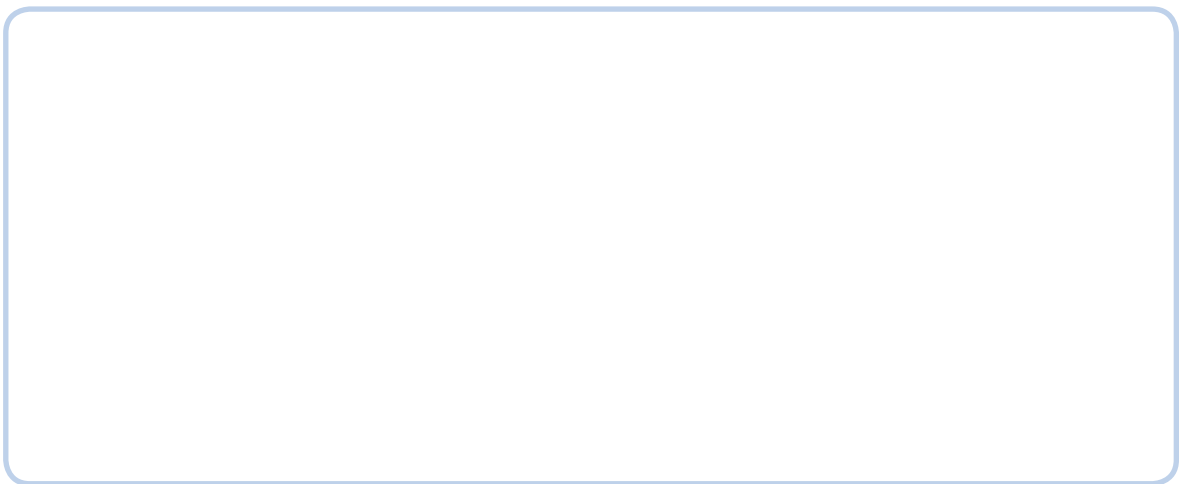
A) Utilice la letra x como incógnita y plantee una ecuación que le permita calcular el número de litros que le caben a una cubeta. _____

Asegúrese de que la ecuación representa los datos del problema y que los dos miembros de la ecuación son equivalentes.

Resuelva la ecuación.



Verifique que el resultado es correcto.



B) ¿Cómo lo hizo? _____

C) ¿Cuál es el resultado? _____

D) Compare sus respuestas con las de sus compañeros.

- Para multiplicar una fracción por un número entero, se escribe el número entero como fracción y se multiplica numerador por numerador, y denominador por denominador:

$$\frac{2}{7} \times 5 = \frac{2}{7} \times \frac{5}{1} = \frac{10}{7}$$

- Se sigue el mismo procedimiento cuando se usan incógnitas:

$$\left(\frac{2}{7}\right)\left(x\right) = \left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{x}{1}\right) = \frac{2x}{7}$$

Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores, observe cómo Liliana resuelve una situación similar.

Una familia de 5 miembros gasta diariamente 700 litros de agua para bañarse.

Para saber cuánta agua gasta cada miembro de la familia puedo plantear la siguiente ecuación:

$$5d = 700$$

donde d representa la cantidad de litros de agua que gasta un miembro, por lo que al multiplicarla por 5 me tiene que dar 700, que es la cantidad total de litros de agua que gastan para bañarse.





Resolverla es sencillo. Solo tengo que despejar d , es decir, dejar sola a d en un miembro de la ecuación:

$$5d = 700$$

Como 5 está multiplicando a d , tengo que dividir entre 5 los dos miembros de la ecuación:

$$\frac{5d}{5} = \frac{700}{5}$$

$$d = 140$$

¡Cada miembro gasta 140 litros de agua para bañarse!

Para verificar, sustituyo el valor de d en la ecuación y realizo las operaciones:

$$5d = 700$$

$$5(140) = 700$$

$$700 = 700$$

Se conservó la igualdad, lo que indica que el resultado es correcto.

Resolvamos otros problemas

- 3** Al “barrer” la calle con la manguera se gastan **105** litros de agua, ¿a cuántas cubetas de **20** litros equivalen?
- A) ¿Cuál es la incógnita del problema? _____
- B) Elija una letra para representar la incógnita. _____
- C) Plantee una ecuación que relacione los datos del problema.

- D) Asegúrese de que hay equivalencia y que representa la situación anterior.

E) Resuelva la ecuación.

F) Escriba el resultado y verifique que es correcto.

4 Lea la información que se presenta a continuación y realice lo que se le pide.

POLLO:

- Puede mejorar el humor y la concentración, y ayuda a prevenir el asma.
- 140 g aportan la mitad de proteínas diarias recomendadas.
- Bajo contenido de grasa.
- Posee proteínas, grasas monoinsaturadas, cinc y vitamina B12.



A) Plantee una ecuación donde la incógnita sea la cantidad de gramos de pollo que se requieren para consumir el total de proteínas diarias recomendadas.

B) Resuélvala.

C) Escriba el resultado y verifique que es correcto.

Observe cómo José Juan resuelve una situación parecida.

La comida en ese lugar cuesta \$22.00, una tercera parte de lo que cuesta en el restaurante. ¿Cuánto cuesta una comida en el restaurante?

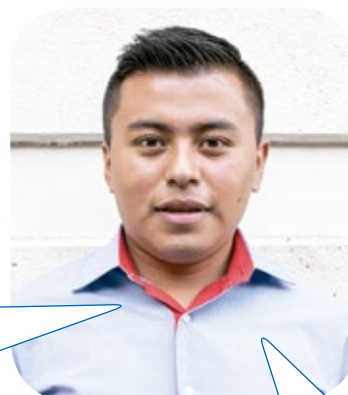
Quiere decir que cierta cantidad entre 3 es igual a 22

Es decir, $\frac{x}{3} = 22$

Una vez planteada la ecuación, tengo que despejar la incógnita. Como 3 está dividiendo, entonces tengo que multiplicar por 3.

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} &= 22 \\ (3)\left(\frac{x}{3}\right) &= (22)(3) \\ x &= (22)(3) \\ x &= 66\end{aligned}$$

¡La comida en el restaurante cuesta \$66.00!



Para verificar, sustituyo en la ecuación el valor de x y realizo las operaciones:

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} &= 22 \\ \frac{66}{3} &= 22 \\ 22 &= 22\end{aligned}$$

La igualdad indica que el resultado es correcto.

- Todo número diferente de cero dividido entre sí mismo es igual a uno, así:

$$\frac{4}{4} = 1 \text{ por lo que } \frac{4x}{4} = 1x$$

- Todo número diferente de cero multiplicado por uno es igual a sí mismo: $1x = x$

- 5** Al usar un sistema ahorrador de agua en el sanitario, una familia de **5** integrantes gasta **180** litros, la mitad de lo que gasta en condiciones normales. ¿Cuánto gasta en condiciones normales?

- A) ¿Cuál es la incógnita en el problema? _____
- B) Elija una letra para representar la incógnita. _____
- C) Estudie cómo están relacionados los datos y plantee una ecuación que represente el problema. _____
- D) Asegúrese de que es correcta.
- E) Resuélvala.

- F) Escriba la respuesta al problema y verifique que sea correcta.

- 6** El perímetro de un patio cuadrado es de **32** m, ¿cuánto mide su lado?

- A) ¿Cuál es la incógnita del problema? _____
- B) Escriba la fórmula para calcular el perímetro del cuadrado. _____
- C) ¿Qué datos conoce y cuál le falta por conocer? _____

- D) ¿Cómo modificaría la fórmula para encontrar la medida buscada?

E) Realice las operaciones.

F) Verifique sus respuestas.

- 7 El problema de la contaminación sería menos grave si se reciclaran algunos productos, es decir, si las piezas de ciertos productos que se desechan se reutilizaran para la elaboración de nuevos productos.

Tan solo con los teléfonos celulares desechados en un año podrían rescatarse **50** toneladas de plomo, lo que representa una veintisieteava parte ($\frac{1}{27}$) de lo que podría recuperarse de cobre. ¿Cuántas toneladas de cobre podrían recuperarse?

- A) Plantee la ecuación que le permita resolver el problema. _____
 B) Resuélvala.

- C) ¿Cuántas toneladas de cobre se recuperarían al año al reutilizar los teléfonos celulares que se desechan? _____
 D) Verifique que su respuesta sea correcta.

Consulte el módulo *Por un mejor ambiente* para conocer formas de ahorrar el agua y de reciclar algunos productos.

8 Un señor cobra el doble que su hijo por hacer un trabajo. Este mes entre los dos ganaron \$4,500.00, ¿Cuánto ganó el papá y cuánto el hijo?

A) Plantee la ecuación que le permita resolver el problema.

B) Resuélvala.

C) ¿Cuánto ganó el papá? _____ ¿Cuánto, el hijo? _____

D) Verifique que sus respuestas sean correctas.

9 Resuelva las siguientes ecuaciones.

A) $3d = 15$

B) $5x = 125$

C) $6a + a = 77$

D) $35b - b = 306$

E) $\frac{a}{7} = 4$

F) $\frac{m}{9} = 9$

G) $\frac{x}{25} = 38$

Para resolver ecuaciones de la forma

$$ax = b$$

Basta con despejar x ,
lo cual se logra al
dividir ambos miembros
de la ecuación entre a .

$$ax = b$$

$$\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$$

$$x = \frac{b}{a}$$

Ejemplo.

$$5x = 950$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{950}{5}$$

$$x = \frac{950}{5}$$

$$x = 190$$

Para resolver ecuaciones de la forma

$$\frac{x}{a} = b$$

Basta con despejar x ,
lo cual se logra al multiplicar
ambos miembros de
la ecuación por a .

$$\frac{x}{a} = b$$

$$\left(\frac{x}{a}\right)a = (b)a$$

$$x = ba$$

Ejemplo.

$$\frac{x}{16} = 9$$

$$\left(\frac{x}{16}\right)16 = (9)16$$

$$x = (9)(16)$$

$$x = 144$$

Propósito: ***Usted resolverá problemas que involucran ecuaciones de las formas***

$$ax + b = c \quad y \quad \frac{x}{a} + b = c.$$

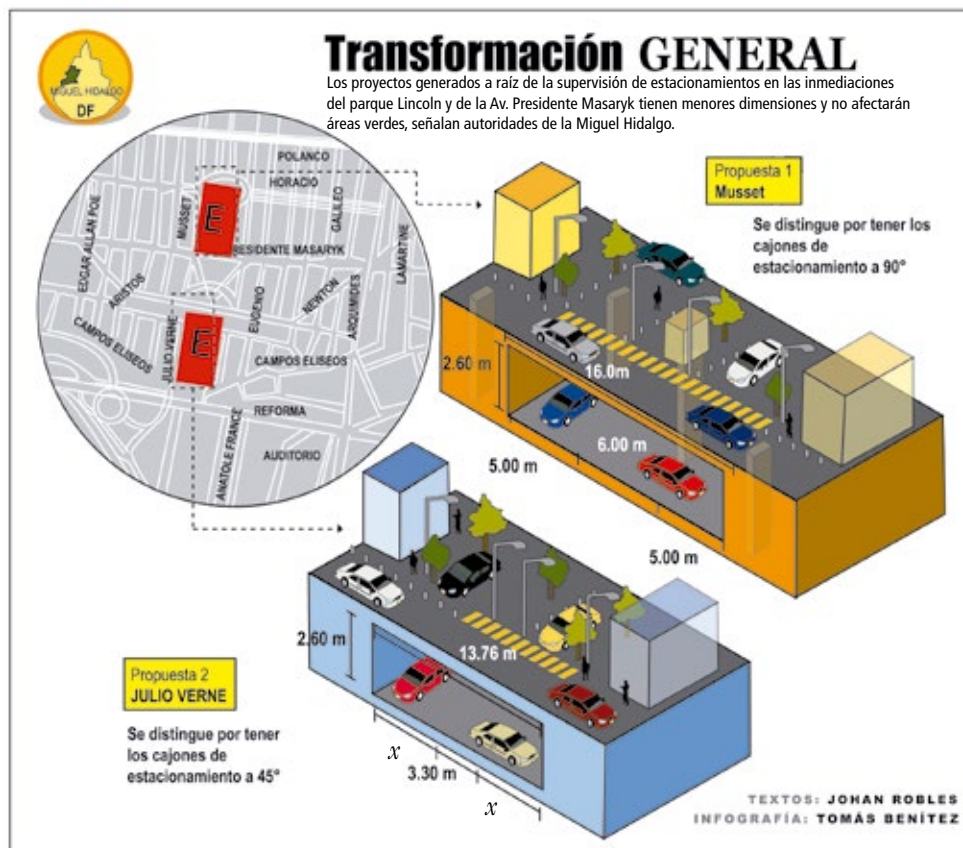
Actividad 14 Grandes construcciones



¿Conoce algunas de las construcciones que hay en la Ciudad de México? ¿Qué construcciones hay en el lugar en que usted vive? Comente con su asesor o asesora.

Debido a la sobrepoblación que hay en la Ciudad de México se hace necesaria la edificación de más construcciones. Por ejemplo, por la gran cantidad de automóviles que circulan en la ciudad existe una gran demanda de lugares para estacionamiento.

- 1 Sobre la calle Julio Verne, casi esquina con la Av. Paseo de la Reforma, quieren hacer un estacionamiento subterráneo. La propuesta se muestra a continuación.



Fuente: Periódico *El Universal*. (2015, Mayo 31). C2. Sección Comunidad y Servicios.

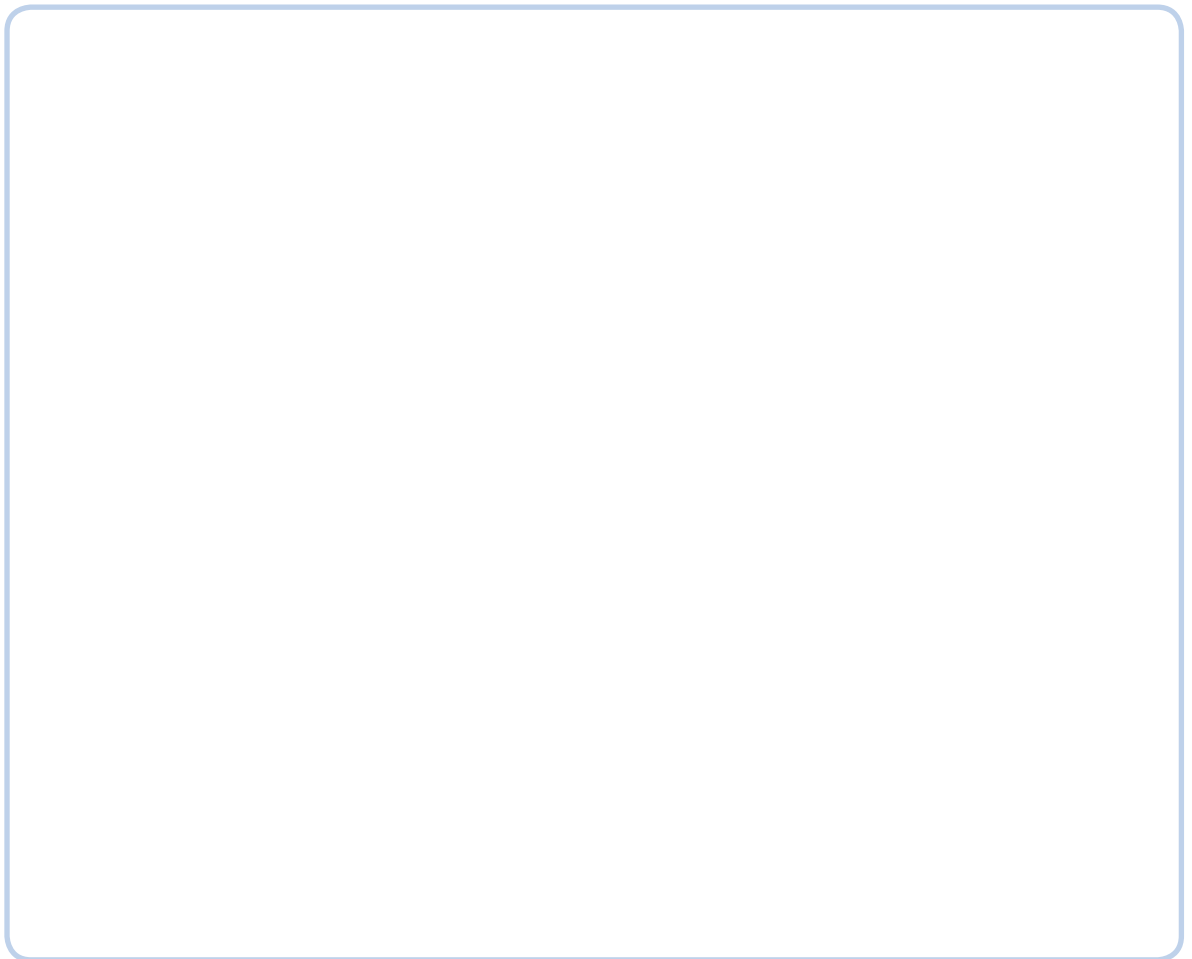
- A) Estudie con detenimiento el dibujo.
¿Cuál es la incógnita? _____ ¿Qué es lo que representa? _____

- B) ¿Qué datos se conocen? _____

- C) ¿Cuál de ellos no es necesario para conocer el valor de la incógnita?

- D) Plantee una ecuación que le permita conocer el valor de la incógnita.

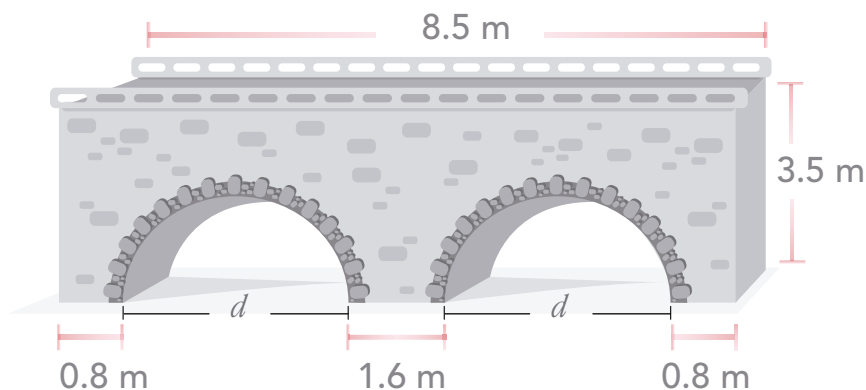
- E) Resuélvala y verifique que su resultado sea correcto.



- F) ¿Cuál es el ancho de cada hilera de cajones? _____

Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores estudie el razonamiento de Antonio y Filemón.

Antonio y Filemón necesitan conocer el diámetro de los semicírculos que sostienen el puente.



La incógnita es la medida del diámetro de los semicírculos. En el dibujo está representada por la letra d .

Conozco las medidas del ancho del puente y de las partes que complementan los diámetros de los semicírculos.

La ecuación de la situación anterior es:

$$0.8 + d + 1.6 + d + 0.8 = 8.5$$

Simplificando:

$$2d + 3.2 = 8.5$$

Para despejar d , primero hay que quitar el 3.2:

$$2d + 3.2 - 3.2 = 8.5 - 3.2$$

$$2d = 5.3$$

Después, el 2:

$$\frac{2d}{2} = \frac{5.3}{2}$$

$$d = 2.65$$



Tienes razón, el diámetro de cada semicírculo es 2.65 metros.
¡Compruébelo!

Resolvamos otros problemas

2 Doña Adelita recibió en total \$2 900.00 por 4 semanas de trabajo y una compensación de \$300.00. ¿Cuánto gana semanalmente?

- A) ¿Cuál es la incógnita del problema? _____
- B) Elija una letra para representar la incógnita. _____
- C) Plantee una ecuación que relacione los datos del problema.

- D) Asegúrese de que hay equivalencia y que representa la situación anterior.
- E) Resuelva la ecuación y verifique que es correcto el resultado.

F) ¿Cuál es el sueldo semanal de doña Adelita? _____

3 En el año 2010 un importante empresario proyectó la construcción de un santuario en Guadalajara. Para el año 2014 el proyecto había perdido terreno para la construcción pues apenas superaba con 1.6 hectáreas la mitad de lo planeado inicialmente, ya solo contaba con 9.6 hectáreas para la construcción. ¿Cuántas hectáreas medía inicialmente el terreno para el santuario?

- A) ¿Cuál es la incógnita del problema? _____
- B) Elija una letra para representar la incógnita. _____
- C) Plantee una ecuación que relacione los datos del problema.

- D) Asegúrese de que hay equivalencia y que representa la situación anterior.
 E) Resuelva la ecuación y verifique que es correcto el resultado.

- F) ¿Con cuántas hectáreas se contaba para construir el santuario? _____
 G) ¿Cuántas hectáreas se perdieron para la construcción? _____

Observe cómo plantea Yolanda la siguiente situación.

La cuarta parte de la caja de chocolates más 3 son 15 chocolates. ¿Cuántos chocolates trae la caja?

Se puede plantear la ecuación:

$$\frac{x}{4} + 3 = 15$$

Primero quito el 3, restándolo en ambos miembros de la ecuación:

$$\frac{x}{4} + 3 = 15$$

$$\frac{x}{4} + 3 - 3 = 15 - 3$$

$$\frac{x}{4} = 12$$

Para despejar la incógnita, x , multiplico por 4 ambos miembros de la ecuación:

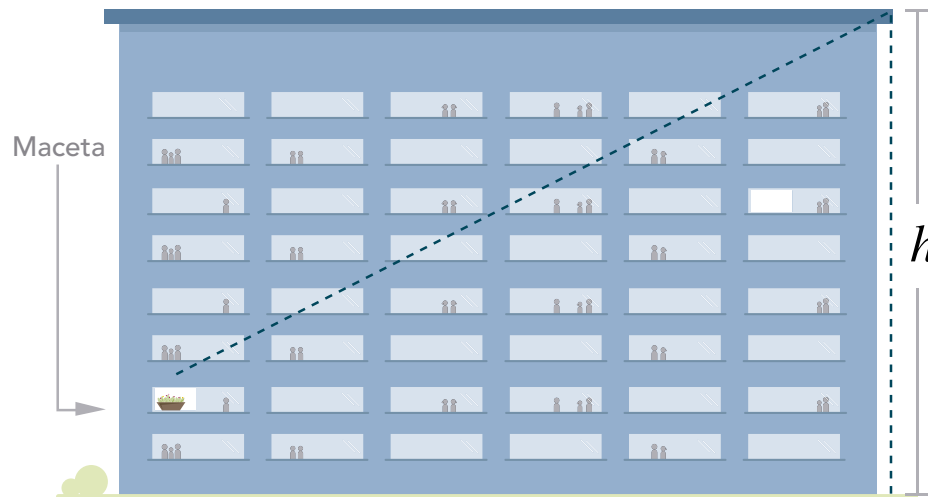
$$\left(\frac{x}{4}\right)(4) = (12)(4)$$

$$x = 48$$



La caja trae 48 chocolates.
 ¡Compruébelo!

- 4 Sobre “Periférico” hay un edificio con la siguiente forma y medidas:



La maceta está a **4.1** m por encima del suelo, que representa una quinta parte de la altura del edificio menos **1.5** m. ¿Cuál es la altura del edificio?

- A) ¿Cuál es la incógnita del problema? _____
- B) Plantee una ecuación que relacione los datos del problema.

- C) Asegúrese de que hay equivalencia y que representa la situación anterior.
- D) Resuelva la ecuación y verifique que es correcto el resultado.

- E) ¿Cuál es la altura del edificio? _____

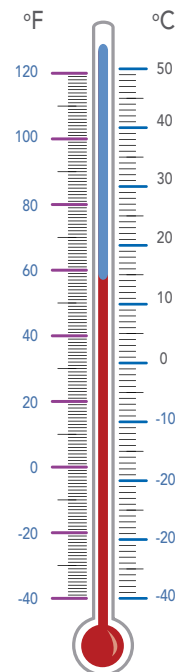
- 5 Jimena ahorró \$700.00, le faltan \$60.00 para tener 4 veces la cantidad de dinero que tiene Rosita. ¿Cuánto dinero tiene Rosita?

- 6 En un anuncio colocaron 5 focos, que juntos consumen 475 watts de energía eléctrica. El primero es de 100 watts, el segundo de 150 watts y los otros 3 consumen igual cantidad de energía eléctrica. ¿Cuántos watts consume cada uno de los últimos 3 focos?

- 7 La fórmula para convertir grados centígrados a su equivalente en grados Fahrenheit es:

$$^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} + 32$$

- A) Despeje $^{\circ}\text{C}$ para encontrar la fórmula para convertir grados Fahrenheit a su equivalente en grados centígrados.



La fórmula para convertir grados Fahrenheit a su equivalente en grados centígrados es:

$$^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32)$$

B) Compárela con el resultado que usted obtuvo.

C) ¿Cometió algún error? _____ ¿Cuál? _____

Para convertir 15°C a $^{\circ}\text{F}$:

$$\begin{aligned} ^{\circ}\text{F} &= \frac{9}{5} ^{\circ}\text{C} + 32 \\ ^{\circ}\text{F} &= \frac{9}{5} \times 15 + 32 \\ &= \frac{135}{5} + 32 \\ &= 27 + 32 \\ &= 59 \end{aligned}$$

15°C es equivalente a 59°F

Para convertir 120°F a $^{\circ}\text{C}$:

$$\begin{aligned} ^{\circ}\text{C} &= \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32) \\ ^{\circ}\text{C} &= \frac{5}{9} \times (120 - 32) \\ &= \frac{5}{9} \times 88 \\ &= \frac{440}{9} \\ &= 48.8 \end{aligned}$$

120°F es equivalente a 48.8°C

- 8** María tiene que cocinar un pastel a 200°C , pero su horno está graduado en grados Fahrenheit. ¿A cuántos grados debe hornear?

- 9 Felipe compró carne molida de pollo. En la etiqueta dice que se debe cocinar a **165 °F**, pero él solo tiene un termómetro para medir temperatura de la carne en grados centígrados. ¿A cuántos grados centígrados tiene que cocinar la carne?

Para resolver una ecuación de la forma $ax + b = c$:

$$ax + b = c$$

$$ax + b - b = c - b$$

$$ax = c - b$$

$$\frac{ax}{a} = \frac{c - b}{a}$$

$$x = \frac{c - b}{a}$$

Ejemplo.

$$5x + 10 = 280$$

$$5x + 10 - 10 = 280 - 10$$

$$5x = 270$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{270}{5}$$

$$x = 54$$

Para resolver una ecuación de la forma $\frac{x}{a} + b = c$:

$$\frac{x}{a} + b = c$$

$$\frac{x}{a} + b - b = c - b$$

$$\frac{x}{a} = c - b$$

$$\left(\frac{x}{a}\right)(a) = (c - b)(a)$$

$$x = (c - b)(a)$$

Ejemplo.

$$\frac{x}{9} + 30 = 84$$

$$\frac{x}{9} + 30 - 30 = 84 - 30$$

$$\frac{x}{9} = 54$$

$$\left(\frac{x}{9}\right)(9) = (54)(9)$$

$$x = 486$$

Para saber más

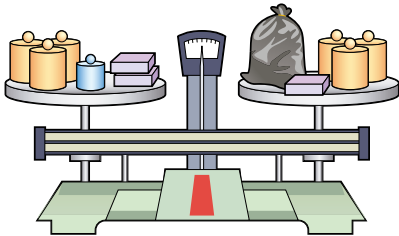
En su Revista *Lecturas de matemáticas*, lea “¿Vivir sin matemáticas? ¡Imposible!”, y conteste las siguientes preguntas.

1. Mire a su alrededor y escriba el nombre de todos aquellos aparatos y situaciones que requieren de las matemáticas para su funcionamiento.

2. ¿Cuál ha sido el papel de la computación en el desarrollo de las matemáticas?

Autoevaluación Unidad 4

- 1 Describa, paso a paso, lo que se tiene que hacer en la balanza para saber el peso de la bolsa negra si las pesas son de medio kilogramo, un kilogramo y cinco kilogramos.



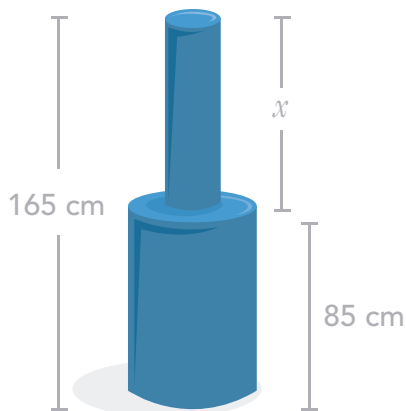
- 2 Plantee una ecuación que represente la siguiente situación: “La tercera parte de un número más dos es igual a 20”. _____

- 3 Pánfilo compró \$27.00 de pan y pagó con un billete de \$200.00; la cajera le pidió \$3.00 y le dio \$170.00 de cambio. ¿Le dieron bien su cambio?

- A) Plantee una ecuación que represente la cantidad de dinero que está dando Pánfilo y lo que la cajera le está regresando más lo que falta. _____
- B) Resuelva y verifique su respuesta.

- C) ¿Cuánto dinero perdió Pánfilo? _____

- 4 Analice la siguiente ilustración.

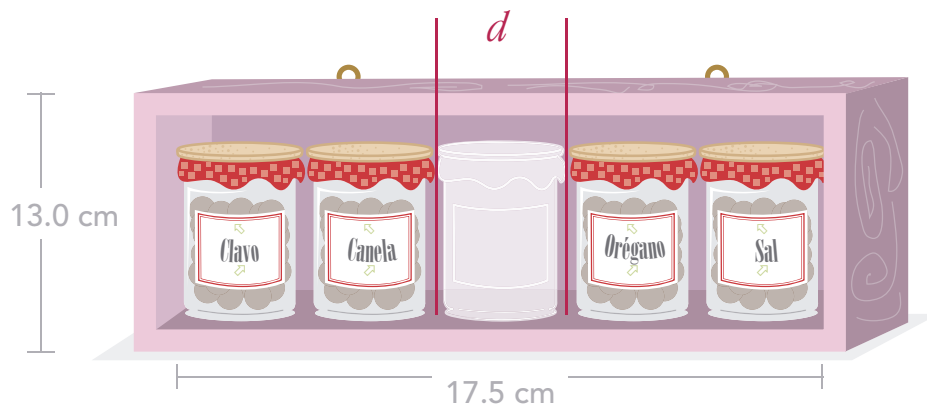


A) Plantee una ecuación que represente la situación anterior.

B) Resuélvala y verifique su respuesta.

C) ¿Cuánto vale x ? _____

- 5 Analice la siguiente ilustración.



A) Plantee una ecuación que represente la situación anterior.

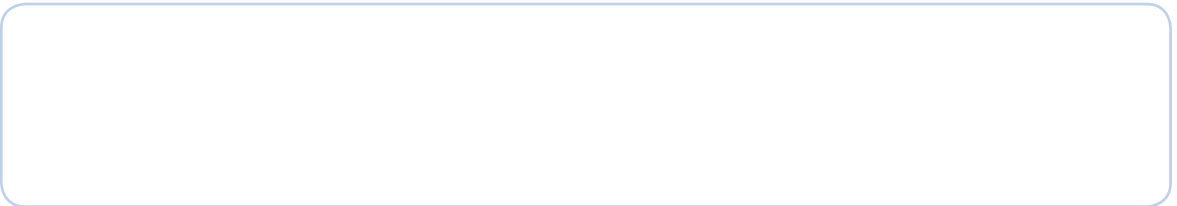
B) Doña Mary tiene un portador de frascos de condimentos como el anterior, pero se le quebró un frasco. Ella quiere comprarlo, ¿qué diámetro debe tener su frasco para que quepa en su portador? _____

6 Una hoja de triplay mide de largo el doble de la medida del ancho. Si el perímetro de la hoja de triplay es de 7.32 metros, ¿cuáles son sus medidas?

A) Haga un dibujo que represente la situación planteada.



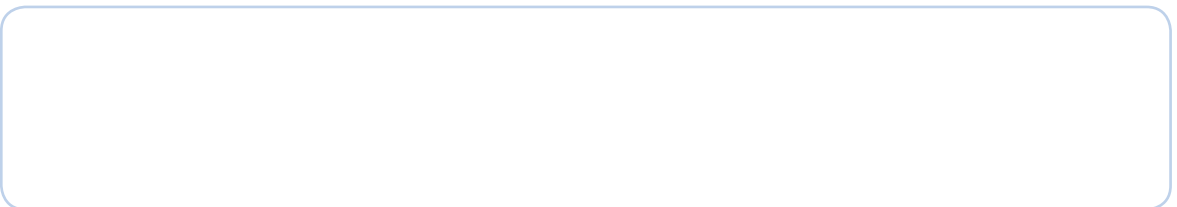
B) Plantee la ecuación y resuélvala.



C) ¿Cuáles son las medidas de la hoja de triplay? _____

7 Para producir un kilogramo de carne de pollo se requieren 5,000 litros de agua, una tercera parte de lo que se requiere para producir un kilogramo de carne de res. Calcule la cantidad de litros de agua que se requieren para producir un kilogramo de carne de res.

A) Plantee la ecuación y resuélvala.



B) ¿Cuántos litros de agua se necesitan para producir un kilogramo de carne de res?

8 Los terrenos de don Andrés producen **1 500** kg de tabaco, **100** kg menos que $\frac{3}{4}$ partes de lo que producían hace algunos años. Calcule la cantidad de kilogramos de tabaco que producían antes.

- A) ¿Cuál es la incógnita? _____
- B) Elija una letra para representarla. _____
- C) Plantee la ecuación y resuélvala.

D) ¿Cuántos kilogramos de tabaco producía la tierra hace algunos años?

9 Resuelva las siguientes ecuaciones.

- A) $80 + x = 135$
- B) $189 - y = 39$
- C) $9c = 345$
- D) $8d + d = 63$
- E) $6m - 3m = 33$
- F) $27x + 5 = 32$
- G) $89x - 5 = -1,152$
- H) $\frac{x}{4} + 3 = 14$
- I) $\frac{m}{6} - 24 = 422$
- J) $\frac{n}{-5} - 55 = 890$



UNIDAD

5

Relaciones en el
plano cartesiano



En esta unidad, usted:

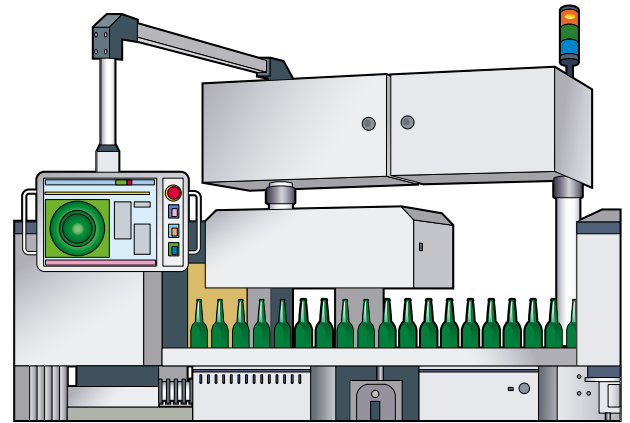
- Resolverá problemas que involucran la relación entre dos variables.
- Graficará la relación entre dos variables.
- Resolverá problemas con dos variables utilizando gráficas.

Propósito: *Usted resolverá problemas que involucran la relación entre dos variables.*

Actividad 15 Botella llena



¿Ha oído hablar del inspector de botella vacía? ¿Alguna vez ha comprado un refresco o jugo que no estuviera lleno? Comente con su asesor, compañeros, familiares o con otras personas.



El inspector de botella vacía es una máquina basada en tecnología de visión artificial que se usa en plantas que trabajan con botellas de PET o de vidrio. Su uso está orientado a verificar la integridad de boca y de fondo, ausencia de líquido residual, ausencia de objetos extraños como fragmentos de vidrio, púas, filamentos, entre otros.

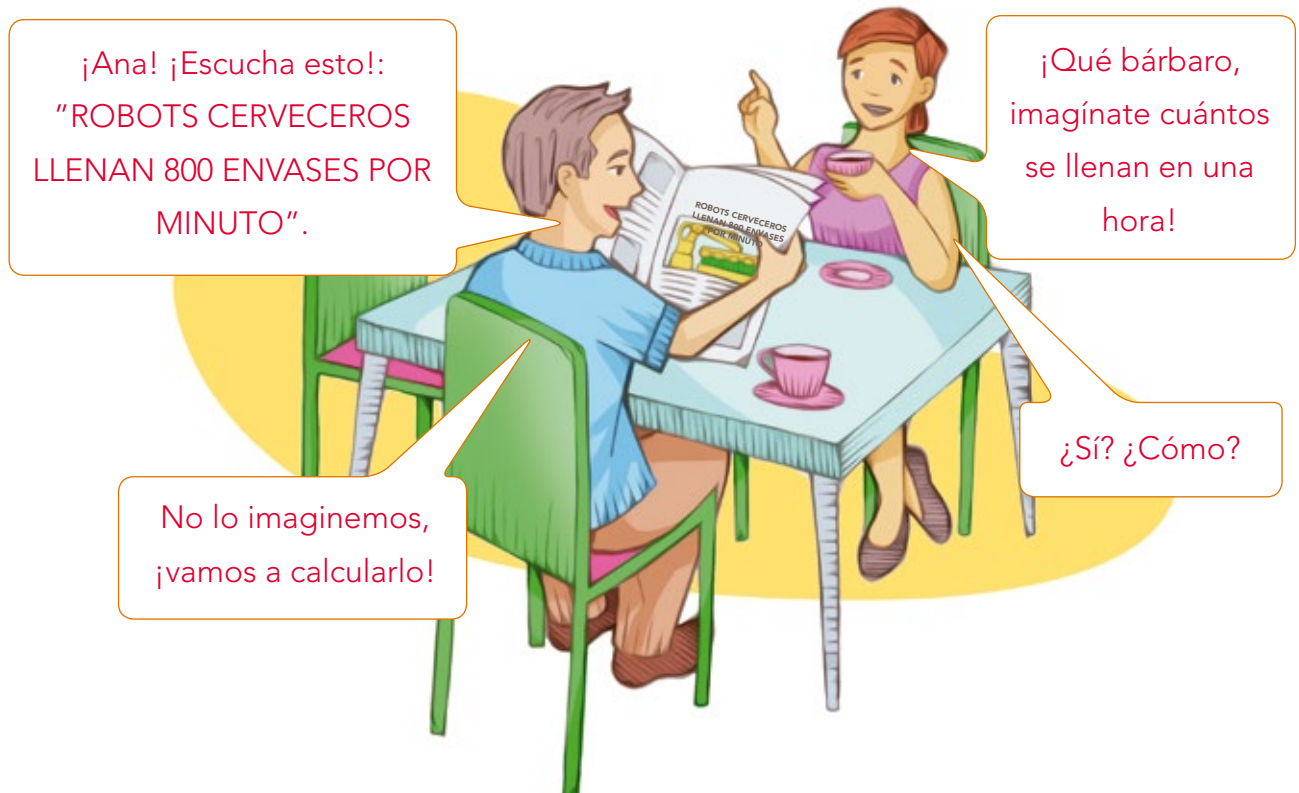
- 1** En una empresa refresquera, el inspector de botella vacía verifica **1,400** botellas por minuto. Martín ha elaborado una tabla como la siguiente para conocer el número de botellas inspeccionadas durante el tiempo que trabaja el equipo.

Número de botellas verificadas	1,400	2,800	4,200	5,600	7,000
Tiempo en minutos	1	2	3	4	5

- A) ¿Cuántas botellas verifica en un minuto? _____, ¿cuántas en dos minutos? _____, ¿en tres minutos? _____, ¿en cuatro minutos? _____ y ¿en cinco minutos? _____
- B) ¿Qué pasa con el número de botellas verificadas conforme avanza el tiempo?
-

- C) ¿Cómo se puede conocer el total de botellas verificadas en un tiempo determinado de trabajo del equipo? _____
- D) ¿Cómo se puede calcular el tiempo que ha trabajado el equipo si se conoce el número de botellas verificadas? _____
- E) Asigne una letra para representar el tiempo de trabajo del equipo. _____
- F) Asigne una letra para representar el número de botellas verificadas. _____
- G) Empleando las letras que asignó, plantee una ecuación que relacione el número de botellas verificadas y el tiempo de trabajo del equipo.

Analice cómo David y Ana resuelven la siguiente situación.



Fíjate; si en un minuto llena 800 envases, en dos minutos llena 1,600, en tres minutos, 2,400, y así sucesivamente. El problema es que si seguimos calculando minuto por minuto hasta llegar a los 60 minutos, nos llevaría mucho tiempo.

¡Ya entendí! El total de envases que llena la máquina depende del tiempo que esté trabajando.



¡Claro! Esos dos datos, el **número de envases que llena por minuto** y el **tiempo que trabaja la máquina** están relacionados; si se conoce uno de ellos, se puede calcular el valor del otro. Esa relación se puede establecer en una ecuación.

¿De qué forma?

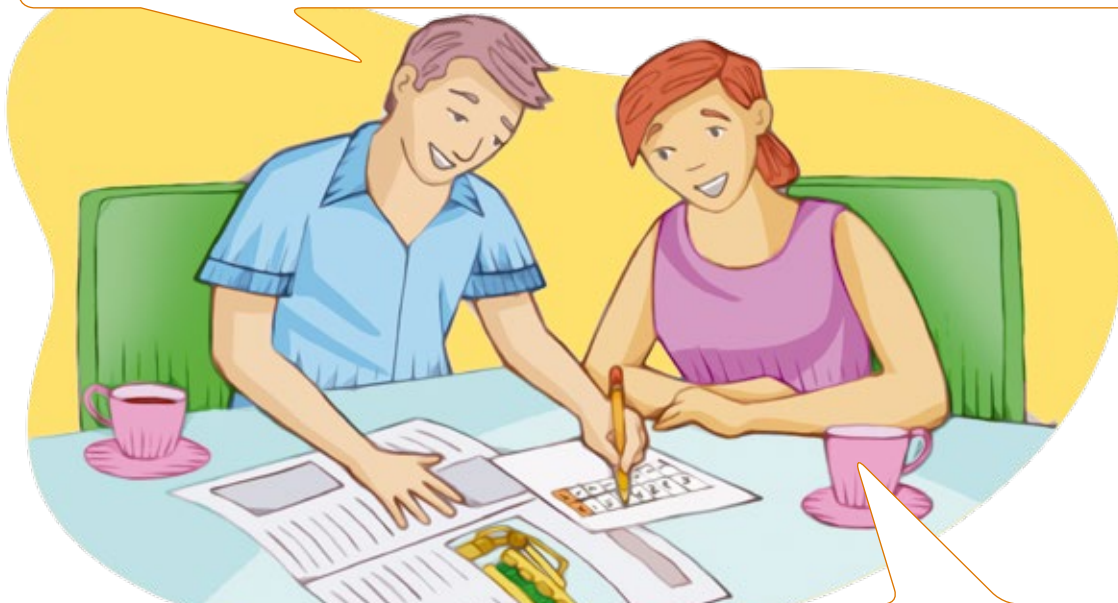
Mira, el **número de envases que llena por minuto** se representa con y ,
al tiempo que trabaja la máquina se representa con x .

x	1	2	3	4	5	6	7
y	800	1,600	2,400	3,200	4,000	4,800	5,600

Como se puede observar en la tabla, para conocer el total de envases que se han llenado se multiplica el número de minutos por 800.

Por lo tanto, la ecuación que permite conocer el total de envases (y) que se han llenado en cierto tiempo (x) es la siguiente:

$$y = 800x$$



Así, es fácil calcular cuántos envases se llenan en una hora; en el lugar de la x se pone 60 porque es el equivalente, en minutos, a una hora.

$$y = 800(60)$$

$$y = 48,000$$

¡En una hora se llenan 48,000 envases!

2 Un técnico en plomería cobra **\$200** por visita más **\$50** por hora trabajada para el arreglo del sistema. La hora parcial la cobra como hora completa.

A) En una semana realizó trabajos con cinco clientes. Analice los datos de la tabla y complétela, escribiendo lo que cobró a cada cliente.

	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5
Horas trabajadas	1 hora	2 horas	1:30 horas	3:25 horas	1:45 horas
Costo del servicio					

B) ¿Qué hizo para calcular el costo de cada servicio que da el técnico?

C) Si un servicio costó **\$400**, ¿cómo se puede calcular el tiempo que trabajó el técnico?

D) Asigne una letra para representar el costo de cada servicio que da el técnico. _____

E) Asigne una letra para representar el tiempo que trabajó el técnico. _____

F) Analice cómo calculó el costo por cliente para completar la tabla. Ahora, utilizando las letras que asignó, plantee una ecuación que permita conocer el costo de cualquier servicio.

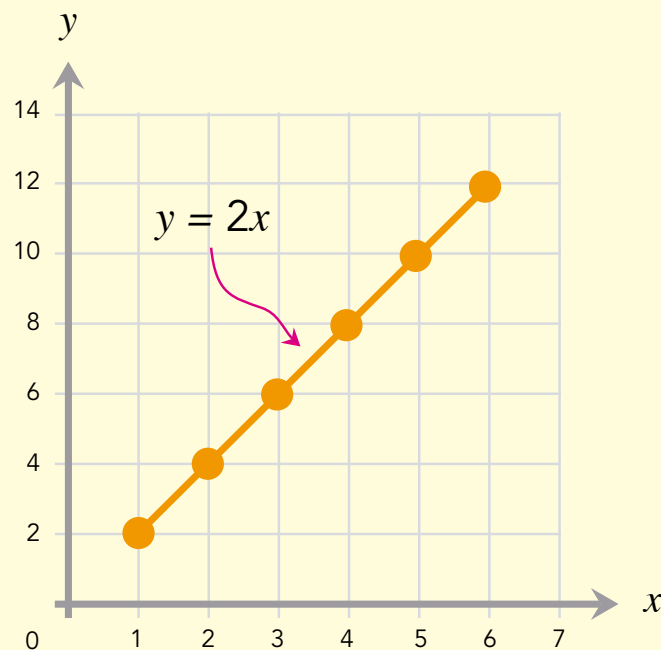
- Cuando una ecuación tiene dos literales que representan números desconocidos y puede ser resuelta por varios pares de números que corresponden a los valores de las literales, se dice que dichas literales son variables.

Por ejemplo, en la ecuación: $y = 2x$

la x puede tomar muchísimos valores; si x vale **1**, y vale **2**, pero si x vale **2**, y vale **4**, y si x vale **50**, y vale **100**. Por lo que x y y son variables.

- El valor de y en esta ecuación depende del valor que se le asigne a x , por lo que x es la variable independiente y y la variable dependiente.
- Una ecuación que relaciona dos variables se puede graficar en el plano cartesiano.

x	1	2	3	4	5	6
y	2	4	6	8	10	12



Resolvamos otros problemas

3 Una empresa privada anunció que por cada peso que la gente done para la lucha contra el cáncer, ella aportará dos.

A) Elija una letra para representar la cantidad de dinero que aportará la empresa.

B) ¿De qué depende dicha cantidad? _____

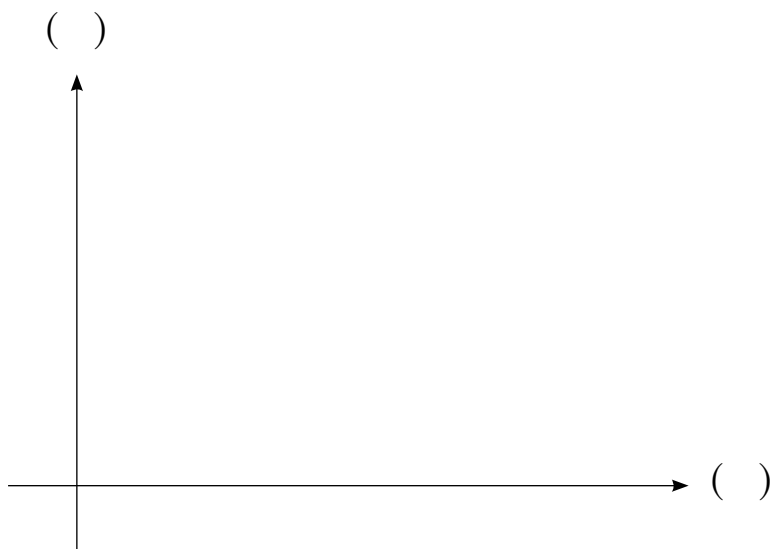
C) Elija una letra para representar la cantidad de dinero que aporte la gente. _____

D) Escriba una ecuación que exprese la relación entre las dos variables.

E) Complete la tabla escribiendo las letras que eligió para representar las variables y los valores que faltan.

Gente ()						
Empresa ()	1 millón	2 millones	3 millones	4 millones	5 millones	6 millones

F) Elabore una gráfica que represente la relación entre los datos de la tabla.

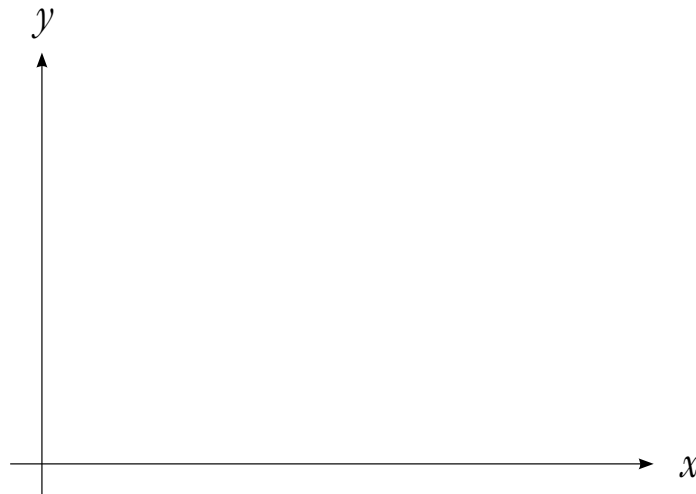


4 El coche de Agustín consume 1 litro de gasolina por cada 12 kilómetros recorridos.

- A) Utilizando la x para representar la cantidad de litros de gasolina que consume el coche y la y para representar los kilómetros que recorre, escriba la ecuación que representa la relación entre las dos variables.
- B) Con base en la información anterior, complete la siguiente tabla.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	12										

- C) Elabore una gráfica que represente la relación entre la cantidad de litros de gasolina consumida y los kilómetros recorridos.



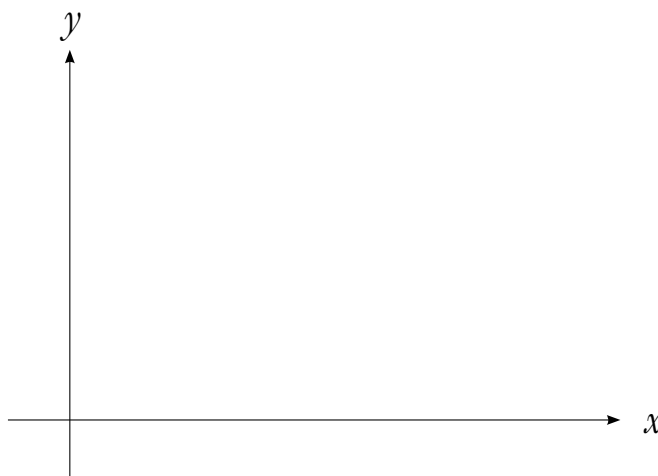
5 Los taxis de sitio cobran \$5.00 por cada kilómetro recorrido más \$8.00 por servicio. ¿Cuánto cobran por un viaje?

- A) Utilizando la x para representar la cantidad de kilómetros de distancia en un viaje, y la y para representar el precio total del viaje, escriba la ecuación que representa la relación entre las dos variables.

B) Con base en la información anterior, complete la siguiente tabla.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y	13	18													

C) Elabore una gráfica que represente la relación entre los kilómetros de distancia y el precio a pagar.

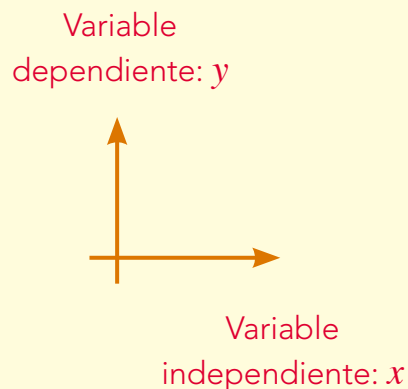


- Usted podrá encontrar diferentes ecuaciones que relacionan dos variables, por ejemplo:

$$P = 4l$$

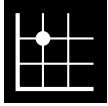
donde P representa el perímetro de un cuadrado y l la medida del lado.

- También encontrará que generalmente se utiliza la x para representar la variable independiente y la y para la variable dependiente, por lo que en la gráfica los valores de la variable independiente corresponden a las abscisas o eje horizontal y los valores de la variable dependiente corresponden a las ordenadas o eje vertical.



Propósito: *Usted graficará la relación entre dos variables.*

Actividad 16 ¡Factura!



¿Paga usted impuestos?, ¿hace usted declaración de impuestos? ¿Alguna vez ha pedido una factura para comprobar gastos? ¿Ha oído hablar del IVA desglosado? Comente con su asesor o asesora.

El Impuesto al Valor Agregado (IVA) es **16%** del precio del producto o servicio que pagamos de impuesto por casi todo lo que consumimos: ropa, zapatos, artículos electrodomésticos, etcétera. Cuando una persona trabaja en forma independiente puede comprobar gastos por medio de una factura en la cual debe ir el IVA desglosado, es decir, en la factura deben aparecer el precio del artículo sin IVA, el **16%** sobre el precio del artículo y el precio total.

1 Fernando es cajero de una tienda donde venden artículos como los siguientes.

<p>Lp fotosmart 435</p> <p>\$1,960.00 con IVA</p>		<p>Syber-shot TSD-C43</p> <p>\$3,599.00 con IVA</p>	
<p>Lp fotosmart R707</p> <p>\$6,180.00 con IVA</p>		<p>Proyector Lp SB-21</p> <p>\$19,299.00 con IVA</p>	
<p>Paquete Minilab</p> <p>\$6,299.00 con IVA</p>	 <p>Impresora</p>	 <p>Cámara digital</p>	 <p>Papel fotográfico</p>
			 <p>Memory Stick</p>

Con mucha frecuencia Fernando tiene que hacer facturas con IVA desglosado.

		Sucursal Centro Artículo 123 9-B Col. Centro Deleg. Cuauhtémoc C.P. 06030 México, D.F. Tel: 5521-6324 5521-1024		FACTURA No. D 376064 RFC: CS 830514JBA	
Ciber Shop S.A. de C.V.					
CLIENTE JESÚS HERRERA BLANCO CIPRES 18 COL. STA. CECILIA MEXICO, D.F. RFC: HEBL790317PKM			CP: 08960		FECHA 25/01/2016
CODIGO 7501132004	CANTIDAD 1	ARTICULO / DESCRIPCION CÁMARA SIBER SHOT TSD-C85		PRECIO UNITARIO	
SON: CINCO MIL SEISCIENTOS VEINTISEIS PESOS 00/100 M.N.				IVA TOTAL A PAGAR	\$ 5 626.00

Fernando sabe que para calcular el precio de un artículo sin IVA, solo tiene que sustituir en la ecuación siguiente, la x por el precio final del artículo:

$$y = \frac{x}{1.16}$$

- A) Para llenar los datos de la factura, calcule el precio de la cámara de la factura sin IVA.
 _____ Calcule **16%** de IVA. _____
- B) Para comprobar si es correcto, sume y compare con el total.
- C) Para completar la tabla, encuentre el precio sin IVA de cada uno de los siguientes artículos. Analice el ejemplo.

Artículo	Precio final x	Sustitución del precio final en la ecuación $y = \frac{x}{1.16}$	Precio sin IVA y
Lp fotosmart 435	\$1,960.00	$y = \frac{1,960}{1.16}$	\$1,689.65
Lp fotosmart R707			
Syber-shot TSD-C43			
Proyector Lp SB-21			
Paquete Minilab			

- 2 Fernando desea saber por qué la ecuación $y = \frac{x}{1.16}$ funciona para conocer el precio de cualquier artículo.

A) Analice los argumentos que le dan 2 compañeros.

Adriana



Para calcular el IVA de un artículo tienes que multiplicar por 0.16 el precio, para después sumar y encontrar el precio final.

Por lo que finalmente pagas 116%, es decir, 100% de lo que cuesta el artículo más 16% de impuesto.

Ahora, si la cámara cuesta \$5,999.00 con IVA incluido, quiere decir que ello es 116%, que expresado en forma decimal es 1.16.

Con una regla de tres y expresando los porcentajes como decimales tenemos:

$$\frac{1.16}{1} = \frac{5,999}{y}$$

$$y = \frac{(5,999)(1)}{1.16}$$

$$y = \frac{5,999}{1.16}$$

Gerardo



Vamos a representar con y el precio sin IVA. Como el impuesto se calcula multiplicando el precio por 0.16, entonces el impuesto de y es $0.16y$.

El precio final es la suma de ambos:

$$x = y + 0.16y$$

Como el coeficiente de y es 1

$$x = 1.16y$$

donde x representa el precio final.

Si queremos conocer el precio sin IVA, tenemos que despejar y :

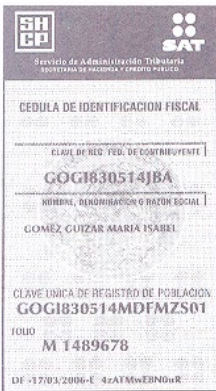
$$y = \frac{x}{1.16}$$

- B) ¿Son correctos los dos argumentos? _____
- C) ¿Quién de los dos argumenta por qué la fórmula puede aplicarse para calcular el precio sin IVA de cualquier artículo? _____
- D) ¿Cada precio con IVA corresponde a un solo precio sin IVA? _____
 Y viceversa, ¿cada precio sin IVA corresponde a un solo precio con IVA? _____

Resolvamos otros problemas

- 3** El Impuesto Sobre la Renta (ISR) representa **10%** de las ganancias netas del trabajador. De tal forma que la cantidad de dinero que una persona recibe finalmente por su trabajo está definida por la ecuación $y = x - 0.10x$

Isabel Gómez Guízar
Diseño y Producción Gráfica



Isabel Gómez Guízar
FIRMA

RECIBO DE HONORARIOS

No. 000005

Ciudad de México, a 26 de marzo de 2016

Titular: Jesus Herrera Blanco

Dirección: Ciprés 18 Col. Sta Cecilia GAM 08960

R.F.C. HEBL790317PKM

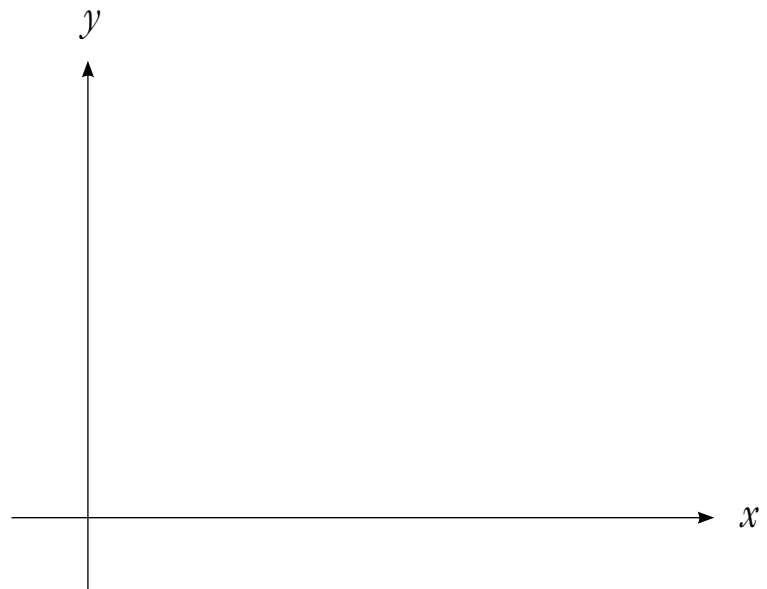
Concepto: Quinto pago al contrato 2400-16

HONORARIOS	\$	3,000.00
RET. ISR 10%	\$	300.00
TOTAL	\$	2,700.00

- A) En la tabla siguiente asigne valores diferentes a x y calcule los valores correspondientes a y en cada caso. Analice los ejemplos y procure que las cantidades vayan aumentando con cierta regularidad.

B) Grafique los datos de la tabla.

x	y
2,300	2,070
2,600	2,340



Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores, observe el procedimiento de Elena.

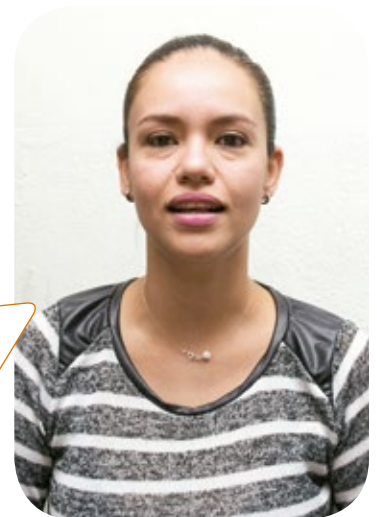
¡Vamos a ver!

Me dijeron que para calcular mi salario puedo usar la siguiente ecuación:

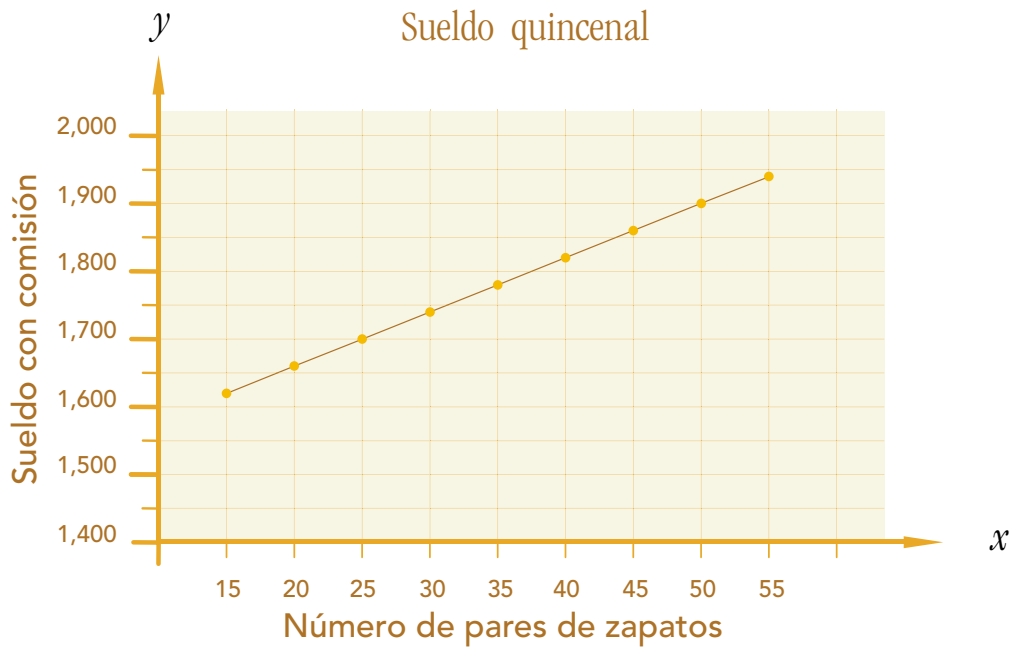
$$y = 8x + 1,500$$

Donde y representa el sueldo total quincenal y x la cantidad de pares de zapatos que venda. Mi sueldo base es de 1,500 pesos a la quincena.

Voy a hacer una tabla y su gráfica para tener idea de cuánto puedo ganar a la quincena. Como mínimo voy a suponer que vendo 15 pares a la quincena.



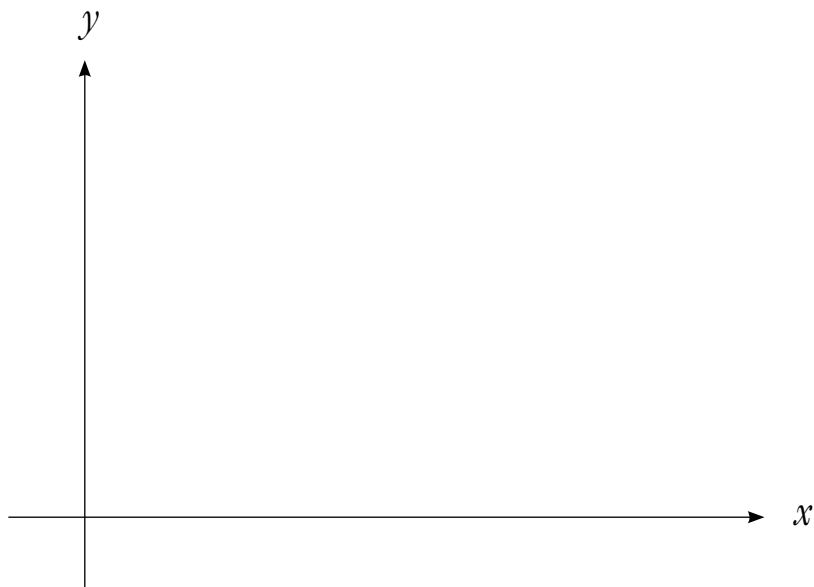
x	15	20	25	30	35	40	45	50	55
y	1,620	1,660	1,700	1,740	1,780	1,820	1,860	1,900	1,940



- 4 En la tabla siguiente, asigne valores a x en la ecuación $y = 2x + 25$ y calcule los valores de y correspondientes.

x									
y									

Elabore una gráfica con los datos obtenidos.

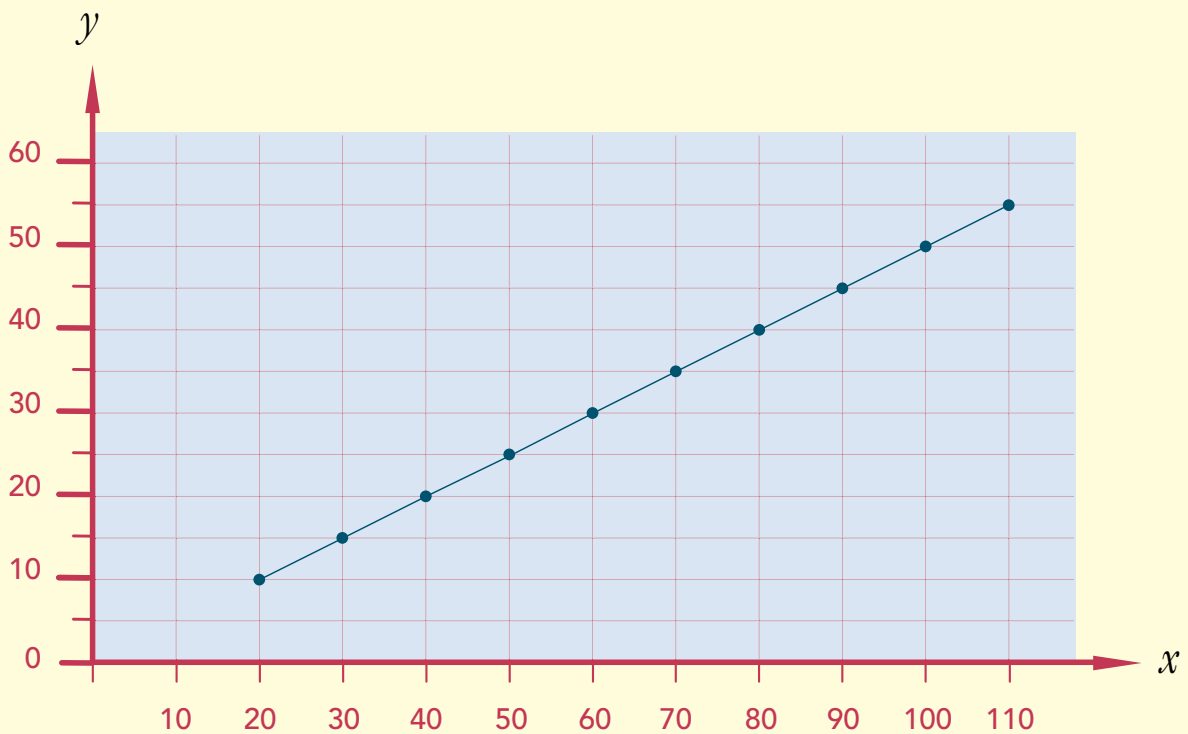


- Para resolver una ecuación con dos variables, hay que asignar valores a la variable independiente y calcular los valores correspondientes de la variable dependiente. Por ejemplo, en la ecuación:

$$y = \frac{x}{2}$$

se puede asignar varios valores a x para calcular los de y , y con ellos graficar.

x	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
y	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55



Para saber más

1. ¿Alguna vez se ha negado a aprender algo que aparentemente no tiene una aplicación inmediata? _____ ¿Por qué? _____

En su Revista *Lecturas de matemáticas*, lea el artículo “¿Matemáticas aplicadas?”, y conteste las siguientes preguntas.

2. ¿Qué se entiende por matemáticas aplicadas?

3. ¿Por qué es tan difícil hacer una distinción entre las matemáticas puras y las aplicadas?

4. Compare sus respuestas con las de sus compañeros.

Propósito: *Usted resolverá problemas con dos variables utilizando gráficas.*

Actividad 17 ¿Cuál le conviene más?



¿Usa usted celular?, ¿conoce a alguien que lo use con mucha frecuencia?, ¿tiene usted idea de lo que puede costar mensualmente su uso? Comente con su asesor o asesora.

Actualmente una gran parte de la población mexicana usa teléfono celular. Las dificultades que existen para llevar teléfonos a través de cables han sido superadas por la telefonía celular, la cual generalmente cobra por tiempo aire, es decir, solo por el tiempo en que se está en contacto con otro teléfono.



- 1** Roberto desea adquirir un teléfono celular. Le ofrecieron dos planes. En Mexcel tiene que pagar una renta mensual de **\$180.00** más **\$0.50** por cada minuto, y en Celfon le cobran **\$3.50** el minuto de tiempo aire. Ambas compañías cobran tiempo medido, si solo hablas medio minuto, te cobran solo medio minuto, etcétera.

¿Cuántos minutos necesita hablar Roberto como mínimo para que le convenga más Mexcel?

- A) Utilice la letra y para representar el total de pago mensual, y la x para representar el número de minutos de tiempo aire, y plantee una ecuación que represente el costo mensual de un teléfono de Mexcel.
-

- B) Represente el costo mensual de un teléfono de Celfon.
-

- C) Analice los ejemplos y complete la tabla siguiente de acuerdo con los datos de ambas compañías.

Minutos	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Mexcel (\$)	185	190	195						
Celfon (\$)	35	70	105						

- D) Ubique los pares de números que faltan y complete las gráficas de ambos servicios telefónicos.



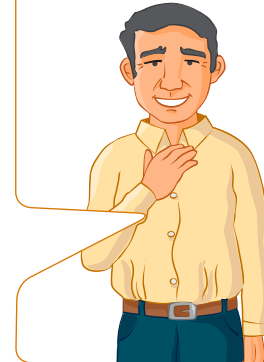
- E) ¿Cuántos minutos necesita usar el teléfono como mínimo para que le convenga a Roberto contratar con Mexcel? _____
- F) ¿En el uso de cuántos minutos paga lo mismo en ambas compañías? _____
- G) Si habla aproximadamente **40** minutos por teléfono al mes, ¿cuál compañía le conviene contratar? _____
- H) Amanda requiere hablar **90** minutos por teléfono al mes, ¿cuál compañía le conviene contratar? _____
 ¿Cuánto ahorraría respecto de la otra compañía? _____
- I) Federico habla alrededor de **120** minutos por teléfono al mes, ¿cuál compañía le conviene contratar? _____ Aproximadamente, ¿cuánto ahorraría respecto de la otra compañía? _____

Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores analice el razonamiento de don Lupercio.

¡Vamos a ver!

Donde trabajo me pagan a la semana \$800.00 más \$5.00 por metro cuadrado de tabique que pego, es decir, $y = 800 + 5x$

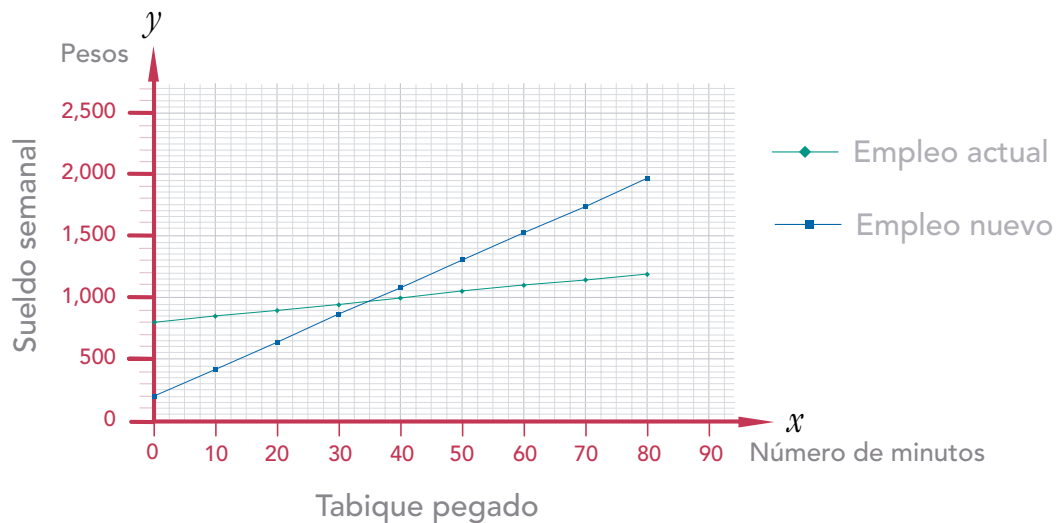
La nueva constructora me ofrece \$200.00 a la semana más \$22.00 por cada metro cuadrado de tabique, es decir, $y = 200 + 22x$



¿Cuántos metros cuadrados de tabique tengo que pegar como mínimo a la semana para que me convenga cambiar de trabajo? Voy a hacer una tabla y una gráfica para comparar.

Tabique (m ²) [x]	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Empleo actual (\$) [y]	800	850	900	950	1000	1050	1100	1150	1200
Empleo nuevo (\$) [y]	200	420	640	860	1080	1300	1520	1740	1960

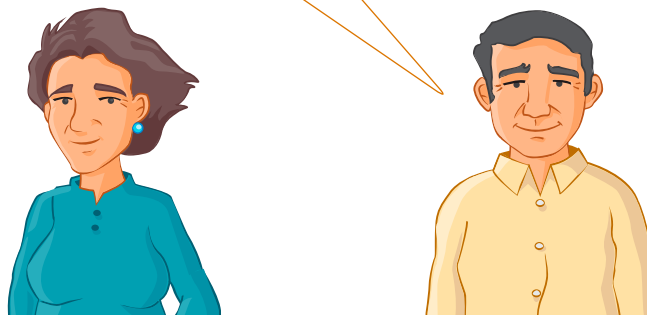
Comparación de sueldo



¿Para hacer la gráfica del sueldo de tu empleo actual, consideraste los puntos: (10, 850), (20, 900), (30, 950) y así sucesivamente?

Así es, y para hacer la gráfica del sueldo del nuevo empleo, consideré los puntos: (10, 420), (20, 640) y así todos los demás. Ahora podemos ver que las líneas se cruzan cuando x vale 35.294 1, lo que quiere decir que en ambas constructoras pagan lo mismo al pegar 35.294 1 metros cuadrados de tabique; pero si pego más de dicha cantidad, me conviene más el empleo nuevo.

Sí, y si pegas casi el doble, es decir, 70 metros cuadrados, ganarás \$590.00 más en la nueva constructora.



Resolvamos otros problemas

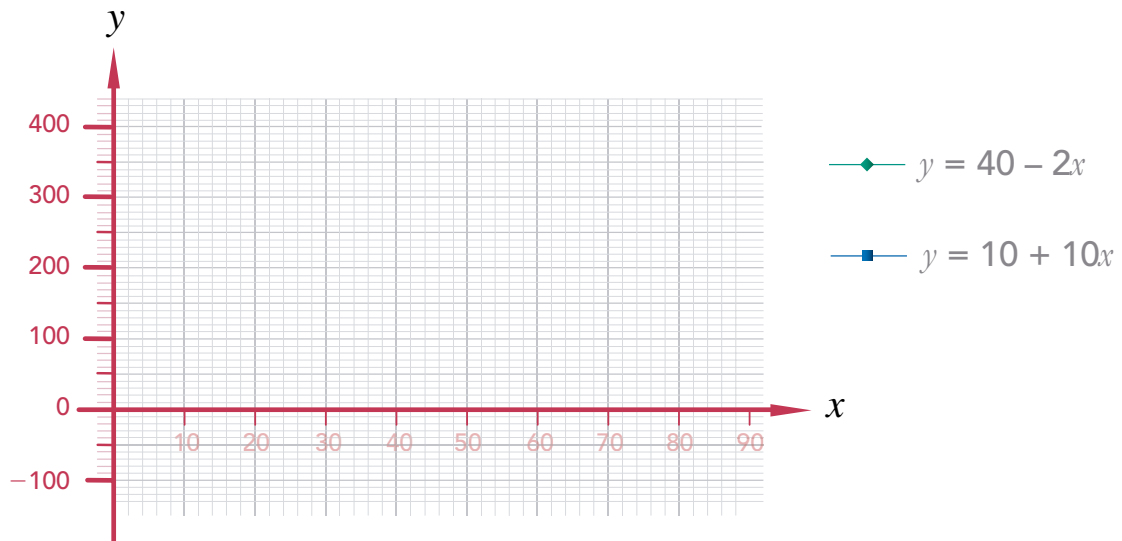
2 Para graficar las ecuaciones $y + 2x = 40$ y $y - 10x = 10$, primero despeje la y , o variable dependiente, de ambas ecuaciones.

A) Analice los ejemplos y complete las tablas.

$y = 40 - 2x$	
Valores de x	Valores de y
0	40
1	38
10	
20	
30	

$y = 10 + 10x$	
Valores de x	Valores de y
0	10
1	20
10	
20	
30	

B) Ubique los puntos que faltan y complete la gráfica.



C) ¿En qué punto se cruzan ambas líneas? _____

D) Compruébelo sustituyendo dichos valores en las ecuaciones.

3 Olivia va a rentar un coche. En la arrendadora “Delujo” cobran **\$150.00** más **\$35.00** por kilómetro recorrido, y en la arrendadora “Comodidad” cobran **\$40.00** por kilómetro recorrido. ¿Con qué arrendadora le conviene contratar si los turistas que guía quieren hacer un paseo de **20 km**?

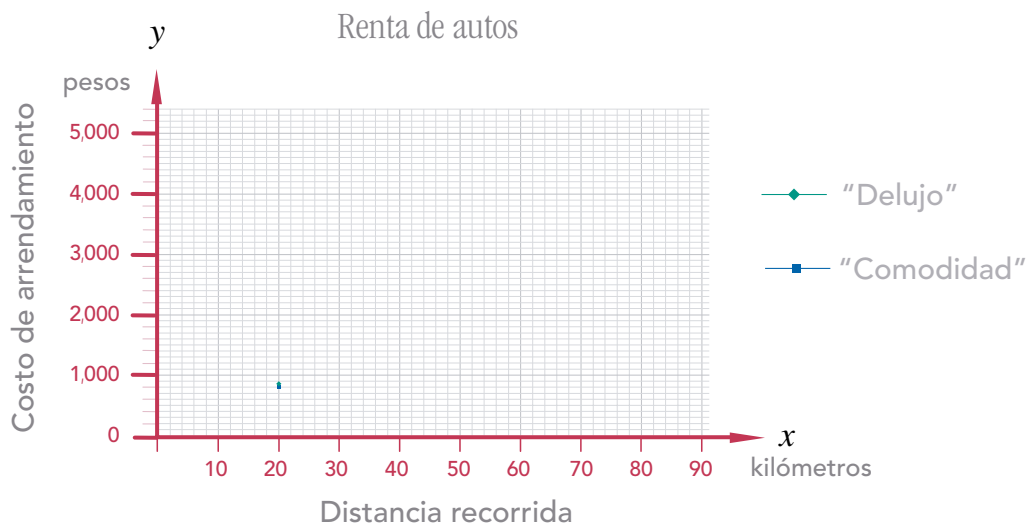
A) Escriba la ecuación que representa el precio en la arrendadora “Delujo”.

B) Escriba la ecuación que representa el precio en la arrendadora "Comodidad".

C) Complete los datos de la siguiente tabla.

Kilómetros recorridos	20	40	60	80
"Delujo" (\$)	850			
"Comodidad" (\$)	800			

D) Haga una gráfica que muestre cómo se relacionan los datos.



E) ¿Con cuál arrendadora le conviene contratar a Olivia? _____

4 Conteste las siguientes preguntas.

A) ¿Qué ventajas encuentra usted al escribir las relaciones de una situación o problema como ecuación? _____

B) ¿Qué ventajas encuentra usted al graficar dos ecuaciones en la resolución de un problema? _____

- Las tablas y las gráficas permiten encontrar regularidades en los datos y comparar con otros datos.

Ejemplo.

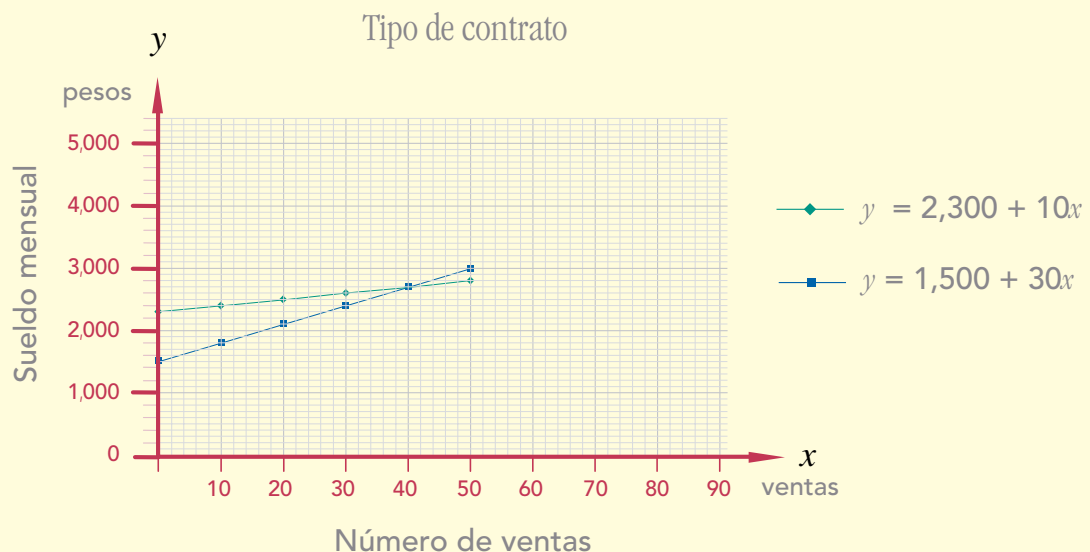
Si usted quiere saber si le conviene más contratarse por **\$2,300.00** al mes más **\$10.00** de comisión por cada venta o por **\$1,500.00** al mes más **\$30.00** de comisión por cada venta, puede plantear las siguientes ecuaciones:

$$y = 2,300 + 10x$$

$$y = 1,500 + 30x$$

Hay que asignar valores a x y sustituirlos en ambas ecuaciones para calcular el valor de y .

x	0	10	20	30	40	50
$y = 2,300 + 10x$	2,300	2,400	2,500	2,600	2,700	2,800
$y = 1,500 + 30x$	1,500	1,800	2,100	2,400	2,700	3,000



Solo haciendo más de **40** ventas al mes le conviene la segunda opción. Ello depende de qué tan fácil sea vender el producto o de qué tan buena vendedora sea.

Autoevaluación Unidad 5

1 Una empresa privada anunció que por cada peso que la gente done para la lucha contra el cáncer, ella aportará tres.

- A) Elija una letra para representar la cantidad de dinero que aportará la empresa. _____
- B) ¿De qué depende dicha cantidad? _____
- C) Elija una letra para representar la cantidad de dinero que aporte la gente. _____
- D) Escriba una ecuación que exprese la relación entre las dos variables.
- _____

E) Complete la tabla escribiendo las letras que eligió para representar las variables y los valores que faltan.

Gente ()	1 millón	2 millones	3 millones	4 millones	5 millones	6 millones
Empresa ()						

F) Elabore una gráfica que represente la relación entre los datos de la tabla.



2 La camioneta del repartidor de leche consume 1 litro de gasolina por cada 8 kilómetros que recorre.

A) Utilizando la x para representar la cantidad de litros de gasolina que consume la camioneta, y la y para representar los kilómetros que recorre, escriba la ecuación que representa la relación entre las dos variables.

B) Con base en la información anterior, complete la siguiente tabla.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	8										

C) Elabore una gráfica que represente la relación entre la cantidad de litros de gasolina que consume y los kilómetros recorridos.



- 3 En la tabla siguiente, asigne valores a x en la ecuación $y = 12x - 7$, y calcule los valores de y correspondientes.

x							
y							

- A) Elabore una gráfica con los datos obtenidos.



- 4 En la empresa donde trabaja, Roberto tuvo que elegir que le paguen semanalmente **\$150.00** fijos más **\$35.00** por teléfono celular vendido; o sin sueldo fijo, solo **\$50.00** por teléfono celular vendido. ¿Cuál es la mínima cantidad de teléfonos que debe vender para que le convenga más la segunda opción?

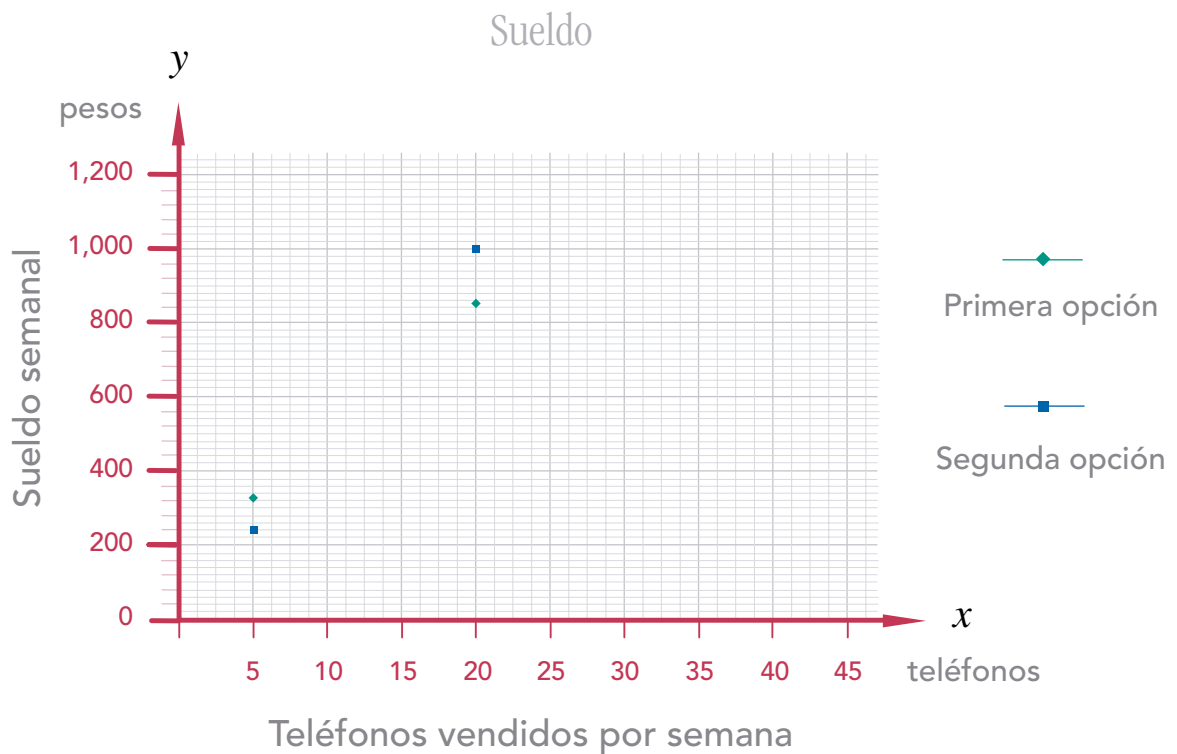
- A) Escriba la ecuación que representa la primera opción.

- B) Escriba la ecuación que representa la segunda opción.

C) Complete los datos de la siguiente tabla.

Número de teléfonos vendidos	5	10	15	20
Primera opción	\$325			\$850
Segunda opción	\$250			\$1,000

D) Haga una gráfica que muestre cómo se relacionan los datos.



E) ¿En qué casos conviene más la primera opción?

¿Y la segunda? _____



UNIDAD

Sistemas de ecuaciones con dos incógnitas



En esta unidad, usted:

- Resolverá problemas que involucran un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante métodos de sustitución y de suma o resta.
- Aplicará métodos para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas: sustitución, suma o resta y graficación.

Propósito: *Usted resolverá problemas que involucran un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante métodos de sustitución y de suma o resta.*

Actividad 18 Yoloxóchitl



¿Pertenece usted a alguna cooperativa?, ¿qué sabe usted acerca de las cooperativas y de las ventajas que ofrecen a sus integrantes? Comente con su asesor o asesora.

Las dificultades que los pequeños productores o consumidores tienen para comercializar sus productos o para comprar materia prima les obliga a asociarse en cooperativas. Las ventajas que las cooperativas ofrecen a sus asociados van desde la posibilidad de comprar a menor precio la materia prima hasta vender sus productos a mejores precios.

- 1** Gabriela es tesorera de la cooperativa Yoloxóchitl, que elabora tapetes de dos tamaños. El precio de los tapetes chicos es **\$250.00** y de los grandes **\$450.00**. Al hacer su relación de ventas del día de ayer, le dijeron que en total habían vendido **12** piezas de tapetes de los dos tamaños y reunido **\$4,000.00**.
¿Cuántos tapetes de cada tamaño vendieron?

- A) ¿Cuál o cuáles son las incógnitas del problema? _____

- B) Elija una literal para representar el número de tapetes chicos que se vendieron y otra para el número de tapetes grandes. _____

- C) Escriba una ecuación que relacione el número de tapetes chicos, el número de tapetes grandes y el total de tapetes vendidos. _____

- D) Escriba una ecuación que relacione el precio de los tapetes chicos, el precio de los tapetes grandes y el precio total de los tapetes vendidos.
-
- E) Intente resolver las ecuaciones que obtuvo; si no puede, analice la situación siguiente y vuelva a intentarlo.

Luis y Gabriela resolvieron de la siguiente manera una situación parecida unos días antes de que subieran el precio de los tapetes.

Si se vendieron 14 tapetes en total por los que cobramos \$4,520.00, y el tapete chico cuesta \$220.00 y el grande \$400.00, ¿cuántos tapetes grandes y cuántos chicos vendimos?



Si represento al número de tapetes chicos con x , y con y al número de tapetes grandes, tengo que

$$x + y = 14$$

También sé que el importe de los tapetes chicos vendidos es $220x$ y el de los grandes es $400y$.

Como el importe total da \$4,520, tengo que $220x + 400y = 4,520$
Tengo dos ecuaciones, ambas surgen de la misma situación, por lo que puedo resolverlas como un sistema. El sistema de ecuaciones es:

$$\begin{aligned}x + y &= 14 \\220x + 400y &= 4,520\end{aligned}$$



$$(1) \quad x + y = 14$$

$$(2) \quad 220x + 400y = 4,520$$

Despejo x en la ecuación (1):

$$x = 14 - y$$

Sustituyo el valor de x en la ecuación (2):

$$220(14 - y) + 400y = 4,520$$

Realizo las operaciones:

$$3,080 - 220y + 400y = 4,520$$

$$3,080 + 180y = 4,520$$

$$180y = 4,520 - 3,080$$

$$180y = 1,440$$

$$y = \frac{1,440}{180}$$

$$y = 8$$

Una vez conocido el valor de y lo sustituyo en la ecuación (1):

$$x + 8 = 14$$

Despejo x para encontrar su valor:

$$x = 14 - 8$$

Realizo la operación:

$$x = 6$$

Finalmente, compruebo:

$$6 + 8 = 14$$

$$14 = 14$$

$$220(6) + 400(8) = 4,520$$

$$4,520 = 4,520$$

Lo único que no entendí fue: ¿por qué al multiplicar $220(14 - y)$, primero multiplicas 220 por 14 y luego 220 por $-y$?



Muy sencillo. ¡Fíjate!

$$8(4 + 5) =$$

$$8(9) = 72$$

$$8(4 + 5) =$$

$$8(4) + 8(5) =$$

$$32 + 40 = 72$$

La multiplicación de un número por la suma de dos o varios sumandos es igual que multiplicar ese número por cada uno de los sumandos y después hacer la suma de los productos. A esta propiedad numérica se le llama *propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma y la resta*, porque también aplica para la resta.

Un ejemplo en una situación algebraica es el siguiente:

$$8(4x + 5) =$$

$$8(4x) + 8(5) = 32x + 40$$

Yo pongo un ejemplo con resta:

$$6(10 - 4) =$$

$$6(6) = 36$$

$$36 = 36$$

$$6(10 - 4) =$$

$$6(10) - 6(4) =$$

$$60 - 24 = 36$$

$$36 = 36$$

Y si fuera una situación algebraica, sería:

$$5(10x - 6) =$$

$$5(10x) - 5(6) = 50x - 30$$



- El **método de sustitución** para resolver un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas de primer grado se inicia despejando una variable y encontrando su valor en términos de la otra. En el ejemplo anterior se dijo que $x = 14 - y$
- Posteriormente, se sustituye dicho valor en la segunda ecuación y se obtiene una ecuación con una incógnita, la cual se resuelve en la forma ya conocida.
- Una vez conocido el valor de la primera incógnita, se sustituye en la primera ecuación, quedando una ecuación con una incógnita, la cual se resuelve en la forma ya conocida.
- Finalmente, se comprueba, sustituyendo el valor encontrado para cada incógnita en las dos ecuaciones iniciales.

Resolvamos otros problemas

2 La entrada al circo cuesta \$65.00 para adulto y \$35.00 para niño. Hoy recaudaron \$18,995.00 por 439 boletos vendidos. ¿Cuántos boletos para adulto vendieron y cuántos para niño?

A) Plantee una ecuación en términos de los boletos vendidos.

B) Plantee una ecuación en términos del dinero recaudado.

C) Resuelva el sistema de ecuaciones.

- D) ¿Cuántas entradas para adulto vendieron? _____
- E) ¿Cuántas entradas para niño vendieron? _____

- 3** Una parte de **\$4,000.00** fue invertida a **3%** de interés anual, y el resto, a **4%**. Al finalizar el año tuvo un rendimiento de **\$155.00**, ¿qué cantidad de dinero fue invertida a **3%** y qué cantidad a **4%**?

- 4** Entre dos hermanos recibieron **\$6,500.00**. Si el menor recibió **\$800.00** menos que el mayor, ¿cuánto recibió cada uno?

- 5** Una carga de quesos pesa **51.6 kg**. Si en total trae **27** quesos de **1.6 kg** y **2.3 kg**, ¿cuántos quesos de cada peso trae?

Analice la forma en que Rodrigo resuelve este tipo de ecuaciones.



En la unidad residencial Bosques del Oriente viven 229 personas, que pertenecen a familias de 3 o 5 integrantes. ¿Cuántas familias de 3 integrantes hay en la unidad y cuántas de 5 si se sabe que ahí viven 65 familias?

Si represento con x al número de familias de 3 integrantes y con y al número de familias de 5 integrantes, tengo que:

$$x + y = 65$$

También sé que 229 es el número total de personas que viven en la unidad, por lo que al multiplicar el número de integrantes de cada familia por el número de familias de cada tipo tengo la ecuación siguiente:

$$3x + 5y = 229$$

Tengo dos ecuaciones que puedo resolver por el método de suma o resta.

$$x + y = 65 \quad (1)$$

$$3x + 5y = 229 \quad (2)$$

Multiplico por 5 la ecuación (1):

$$5x + 5y = 325$$

En este caso, creo que es mejor restar. Para ello voy a colocar las ecuaciones de manera que resulte fácil realizar las operaciones y resto ambos miembros de la ecuación (2) a la ecuación (1) que multipliqué por 5.

$$\begin{array}{r} 5x + 5y = 325 \\ - \quad 3x + 5y = 229 \\ \hline 2x + 0 = 96 \end{array}$$

Resuelvo la ecuación resultante:

$$2x = 96$$

$$x = \frac{96}{2}$$

$$x = 48$$

Sustituyo en una de las dos ecuaciones iniciales el valor encontrado y la resuelvo para encontrar el valor de y :

$$48 + y = 65$$

$$y = 17$$

Compruebo en ambas ecuaciones los valores encontrados y veo que son correctos.

Lo cual significa que en la unidad viven 48 familias de 3 integrantes y 17 familias de 5 integrantes.



6 Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones usando el método de sustitución o el de suma o resta que se explica en la siguiente página. Compruebe sus resultados.

A)

$$\begin{aligned} -x + y &= -4 \\ 6x - 7y &= 21 \end{aligned}$$

B)

$$\begin{aligned} x + 6y &= -3 \\ 2x + 13y &= -8 \end{aligned}$$

C)

$$\begin{aligned} x + 4y &= 110 \\ 9x + 2y &= 140 \end{aligned}$$

D)

$$\begin{aligned} 8m + n &= 10 \\ 8m + 7n &= 22 \end{aligned}$$

E)

$$\begin{aligned} y - 3x &= 34 \\ x - 8y &= 27 \end{aligned}$$

Método de suma o resta para resolver un sistema de 2 ecuaciones de primer grado con 2 incógnitas

- Hay que sumar o restar los términos semejantes de ambas ecuaciones, de tal forma que se elimine una incógnita:

$$\begin{array}{r} 3x + 4y = 60 \\ 10x - 4y = 44 \\ \hline 13x + 0 = 104 \end{array}$$

Se resuelve la ecuación obtenida:

$$\begin{aligned} 13x &= 104 \\ x &= \frac{104}{13} \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Una vez conocido el valor de una incógnita, en este caso x , se sustituye en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales para obtener el valor de la otra incógnita, y

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 60 \\ 3(8) + 4y &= 60 \\ 24 + 4y &= 60 \\ 4y &= 60 - 24 \\ 4y &= 36 \\ y &= \frac{36}{4} \\ y &= 9 \end{aligned}$$

Para comprobar, se sustituyen en las ecuaciones iniciales los valores obtenidos:

$$\begin{array}{r} 3x + 4y = 60 \\ 3(8) + 4(9) = 60 \\ 24 + 36 = 60 \\ 60 = 60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10x - 4y = 44 \\ 10(8) - 4(9) = 44 \\ 80 - 36 = 44 \\ 44 = 44 \end{array}$$

- En caso de que ninguna incógnita tenga igual el valor absoluto de sus 2 coeficientes, puede multiplicarse alguna de las ecuaciones por el número que sea necesario para que los 2 coeficientes de alguna de las incógnitas tengan el mismo valor absoluto.

Ejemplo.

$$3x + 4y = 60 \quad (1)$$

$$5x - 2y = 22 \quad (2)$$

Se puede multiplicar por 2 la ecuación (2) y obtener lo siguiente:

$$2(5x - 2y) = 2(22)$$

$$10x - 4y = 44$$

Con lo que queda el siguiente sistema de ecuaciones:

$$3x + 4y = 60$$

$$10x - 4y = 44$$

Propósito: *Usted aplicará métodos para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas: sustitución, suma o resta y graficación.*

Actividad 19 La tienda familiar



¿Qué sabe usted de las microempresas?
¿En su estado hay apoyo a la pequeña y mediana empresa? Comente con su asesor o asesora.



En nuestro país generalmente una microempresa genera empleos para un máximo de 10 personas. Las tiendas que solo generan empleo para los miembros de una familia son microempresas.

1 En sus ratos libres Fernando ayuda a su hermano Toño a atender la tienda. Fernando vio que Toño cobró **\$136.00** por **5 kg** de frijol y **8** sobres de grenetina para hacer gelatinas, y que en otro momento cobró **\$118.00** por **3 kg** de frijol y **10** sobres de grenetina para hacer gelatinas. ¿Cuál es el precio por kilogramo de frijol y cuál el de **1** sobre de grenetina para hacer gelatinas?

- A) ¿Qué datos son desconocidos en el problema? _____

- B) ¿Cuáles son los datos que se conocen en el problema? _____

- C) Plantee un sistema de ecuaciones que relacione los datos del problema.

D) Grafique las dos ecuaciones del sistema.



E) ¿Las líneas que se forman son paralelas o se cortan en un punto? _____

Si se cortan, ¿cuál es el punto donde se cortan? _____

F) Resuelva el sistema de ecuaciones por el método de suma o resta.

G) ¿Qué relación observa entre las soluciones que encontró al resolver el sistema de ecuaciones y los puntos donde se cortan las líneas que graficó?

H) ¿Cuál es el precio de 1 kilogramo de frijol? _____

¿Cuál es el precio de 1 sobre de grenetina para hacer gelatinas? _____

I) Verifique sus respuestas.

Analice la forma en que Fernanda plantea un sistema de ecuaciones y el método de graficación que utiliza para resolverlo.

Por 7 veladoras y 8 kg de piloncillo, Toño cobró \$74.00, y por 9 veladoras y 3 kilogramos de piloncillo, \$66.00. ¿Cuánto tengo que cobrar por 1 veladora y cuánto por 1 kilogramo de piloncillo?

Si represento con x el precio de una veladora y con y el precio de un kilogramo de piloncillo, entonces en la primera venta tengo que:

$$7x + 8y = 74$$

La segunda venta la represento como:

$$9x + 3y = 66$$

Ahora, despejo la y en ambas ecuaciones:

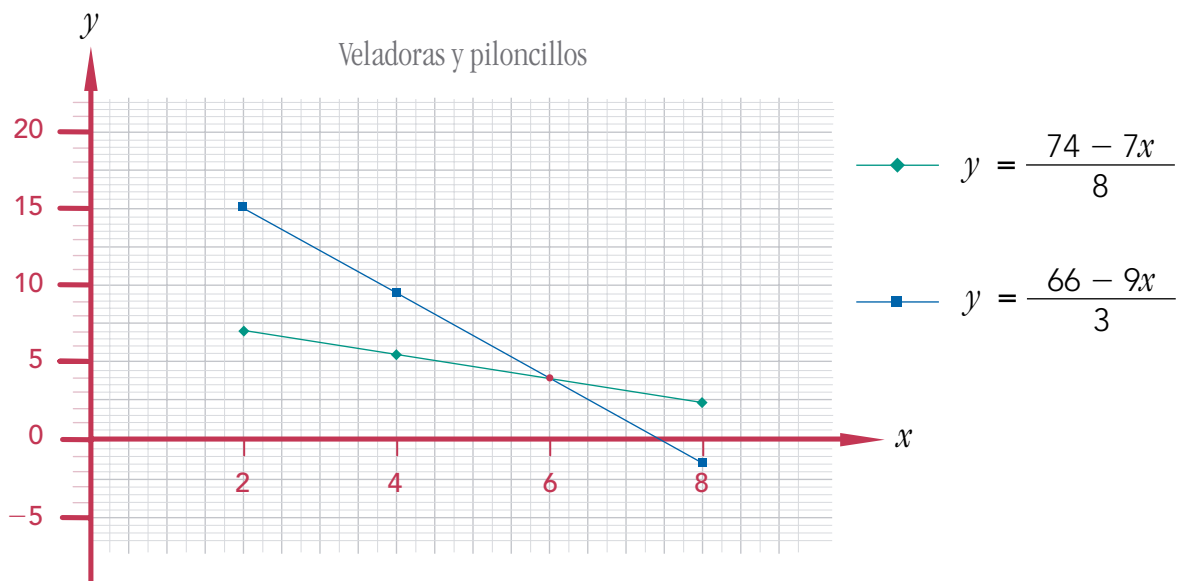
$$y = \frac{74 - 7x}{8}$$

$$y = \frac{66 - 9x}{3}$$



Al asignar valores a x y sustituirlos en cada una de las ecuaciones, obtengo los datos siguientes:

$y = \frac{74 - 7x}{8}$		$y = \frac{66 - 9x}{3}$	
x	y	x	y
1	8.37	1	19
5	4.87	5	7
10	0.5	10	-8



Como las líneas se cortan en el punto $(6, 4)$ quiere decir que

$$x = 6 \text{ y } y = 4$$

Entonces el precio de una veladora es \$6.00 y el kilogramo de piloncillo cuesta \$4.00.

Resolvamos otros problemas

2 Doña Felipa es propietaria de una tienda que atiende junto con sus hijos. En la central de abasto su hijo le dijo que ya solo tenían **20** paquetes de rollos de papel para baño, pero que no recordaba cuántos eran de **18** rollos y cuántos de **24**, solo sabía que en total quedaban **384** rollos. ¿Cuántos paquetes de **18** rollos había en la tienda?, ¿cuántos paquetes de **24** rollos?

A) ¿Qué datos son desconocidos en el problema? _____

B) ¿Cuáles son los datos que se conocen en el problema? _____

C) Plantee un sistema de ecuaciones que relacione los datos del problema.

D) Resuelva el sistema usando el método que más se le facilite.

E) Verifique sus respuestas.

3 Don Miguel se dedica a la compra y venta de ganado. A un comprador le vendió **3 vacas** y **15 borregos**, por los que recibió **\$75,000**. A otro le vendió **2 vacas** y **5 borregos**, por los que cobró **\$40,000**. ¿Cuál es el precio al que vendió cada vaca y cada borrego?

A) ¿Qué datos son desconocidos en el problema? _____

B) ¿Cuáles son los datos que se conocen en el problema? _____

C) Plantee un sistema de ecuaciones que relacione los datos del problema para conocer el precio de cada vaca y cada borrego.

D) Resuelva el sistema usando el método que más se le facilite.

E) Verifique sus respuestas.

- 4** Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones con el método que considere más adecuado. Verifique sus resultados.

A)
$$13m - 4z = -6$$
$$7m + 8z = 78$$

B)
$$9a + 7b = 17$$
$$7a + 6b = 16$$

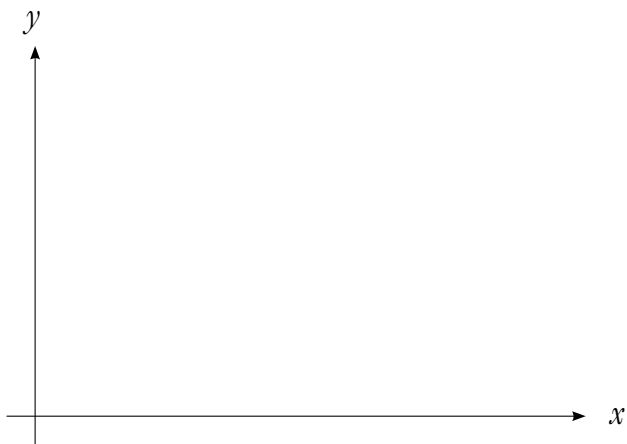
C)
$$-5x + 25y = -105$$
$$4x - 8y = 48$$

D)
$$2x + 23y = 584$$
$$-2x - 5y = -152$$

5 Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones graficando.

$$9m + 3z = 33$$

$$27m + 9z = 99$$



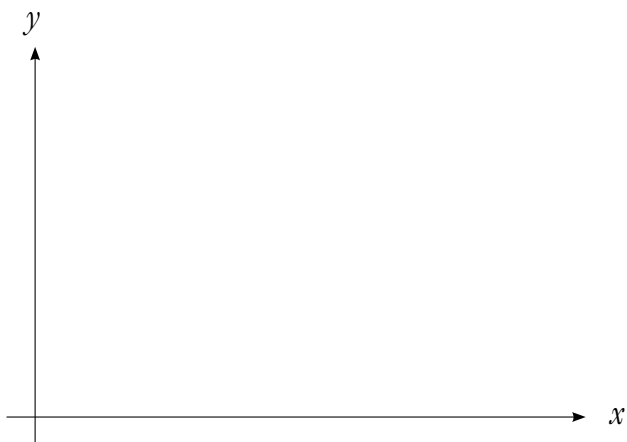
- A) ¿Las líneas se cruzan o se superponen? _____
- B) Multiplique la primera ecuación del sistema por **3**. _____

- C) ¿Cómo son la ecuación resultante y la segunda ecuación del sistema?

6 Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones graficando.

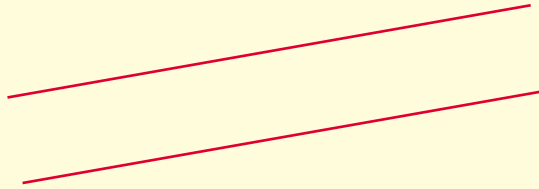
$$4x + 7y = 68$$

$$8x + 14y = 78$$



- A) ¿Hay un punto donde las líneas se cruzan? _____
- B) ¿Las líneas son paralelas? _____
Confirme su respuesta. Lea la definición de líneas paralelas.

Las **líneas paralelas** son aquellas que mantienen una cierta distancia entre sí y, a pesar de prolongar su trayectoria hasta el infinito, nunca se encuentran o se tocan en ningún punto; es decir, se hallan en un mismo plano, no presentan ningún punto en común y muestran la misma pendiente, no se tocan ni se cruzan.



- Hay sistemas que pueden tener muchas soluciones, como es el caso del ejercicio 5 donde por ser ambas ecuaciones equivalentes, es decir, representan lo mismo, todos los puntos (x, y) de una línea pertenecen también a la otra.
- Hay sistemas que no tienen solución, y las líneas que corresponden a las ecuaciones son paralelas, por lo tanto, no se cruzan.
- Para resolver un sistema de 2 ecuaciones de primer grado con 2 incógnitas mediante el **método de graficación**, hay que graficar las dos ecuaciones y localizar las coordenadas del punto donde se cruzan.

Ejemplo.

$$25x - 13y = 47$$

$$12x + 2y = 72$$

Al despejar y en ambas ecuaciones:

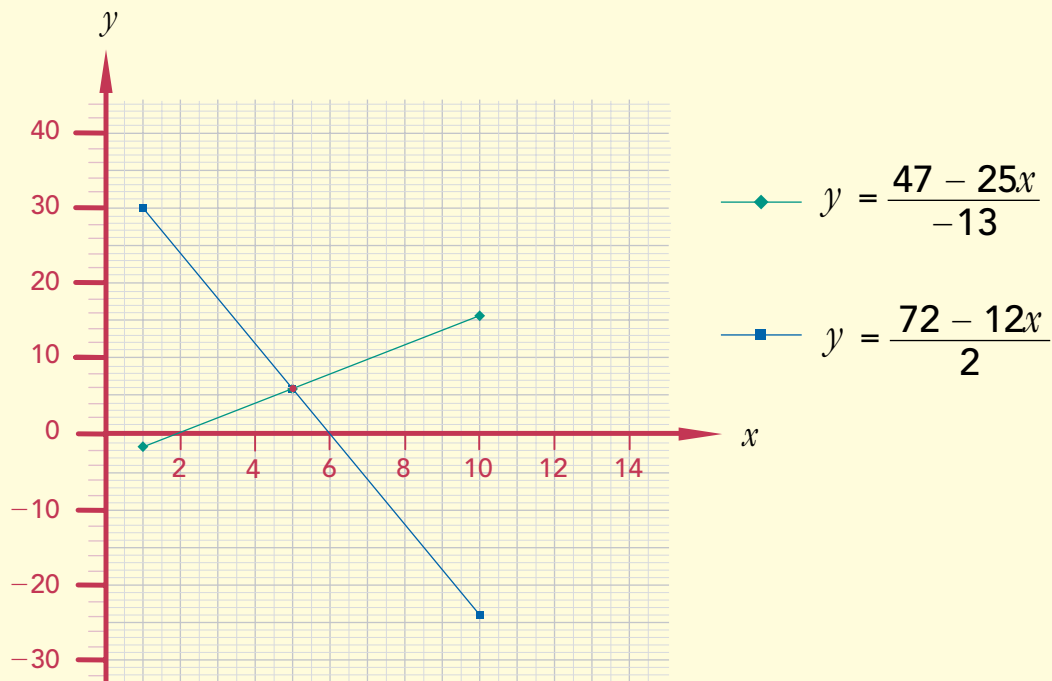
$$y = \frac{47 - 25x}{-13}$$

$$y = \frac{72 - 12x}{2}$$

Se asignan valores a x para calcular los valores de y en ambas ecuaciones:

$y = \frac{47 - 25x}{-13}$	
x	y
1	-1.69
5	6.00
10	15.61

$y = \frac{72 - 12x}{2}$	
x	y
1	30
5	6
10	-24



Como las líneas se cruzan en el punto $(5, 6)$, la solución del sistema es:

$$x = 5$$

$$y = 6$$

Para comprobar se sustituyen los valores obtenidos en las ecuaciones iniciales:

$$25x - 13y = 47$$

$$25(5) - 13(6) = 47$$

$$47 = 47$$

$$12x + 2y = 72$$

$$12(5) + 2(6) = 72$$

$$72 = 72$$

Para saber más

Resuelva “Las joyas” en su Folleto de juegos, después conteste las preguntas siguientes.

1. ¿Qué sucede cuando una cantidad se duplica una y otra vez?

2. ¿Cuál acertijo se le dificultó más?

3. ¿Qué conocimientos matemáticos aplicó para resolver los acertijos?

Autoevaluación Unidad 6

1 La entrada al parque de juegos cuesta **\$35.00** para adulto y **\$15.00** para niño. Hoy recaudaron **\$4,480.00** por **224** boletos vendidos. ¿Cuántos boletos para adulto vendieron y cuántos para niño?

A) Plantee una ecuación en términos de los boletos vendidos.

B) Plantee una ecuación en términos del dinero recaudado.

C) Resuelva el sistema de ecuaciones.

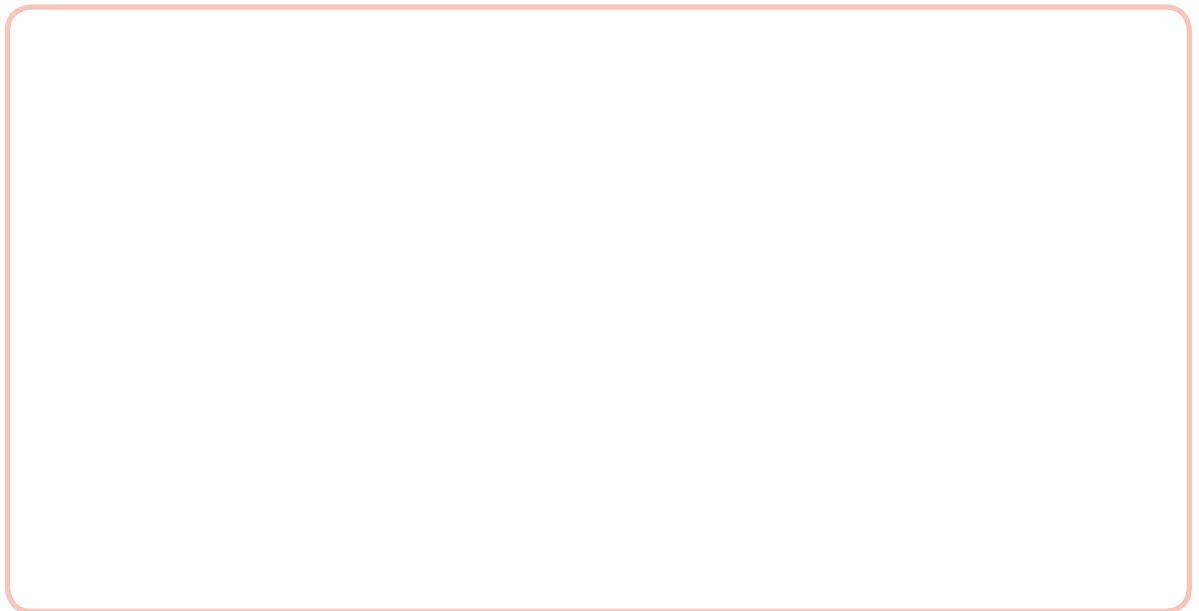
D) ¿Cuántas entradas para adulto se vendieron? _____

E) ¿Cuántas entradas para niño se vendieron? _____

2 Un camión transporta **40** animales. Si Leonardo contó **132** patas, ¿cuántos guajolotes y cuántos chivos trae?

- A) Elija una letra para representar el número de guajolotes. _____
- B) Elija una letra para representar el número de chivos. _____
- C) Escriba una ecuación que represente que la suma de guajolotes más chivos es igual a **40**. _____
- D) Represente el número de patas de guajolotes. _____
- E) Represente el número de patas de chivos. _____
- F) Escriba una ecuación que represente que la suma de patas de guajolotes más la suma de patas de chivos es igual a **132**.

- G) Resuelva el sistema de ecuaciones.



H) ¿Cuántos guajolotes trae el camión?

I) ¿Y cuántos chivos?

- 3 En una bodega hay 800 cuadernos. ¿Cuántos cuadernos de 100 hojas y cuántos de 50 hay si en total hay 77,500 hojas?

- 4 Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones con el método que considere más adecuado. Verifique sus resultados.

A)
$$\begin{aligned} 12m + 8z &= 20 \\ 3m + 4z &= 28 \end{aligned}$$

B)

$$3a - 4b = 3$$
$$8a + 6b = 58$$

C)

$$-7x + 9y = 13$$
$$-6x - 3y = -21$$

D)

$$2x + 3y = 9$$
$$-3x - 5y = -14$$



UNIDAD

Monomios y
polinomios



En esta unidad, usted:

- Modelará monomios y polinomios con figuras geométricas.
- Sumará y restará monomios y polinomios.
- Multiplicará monomios, y un polinomio por un monomio.

Propósito: *Usted modelará monomios y polinomios con figuras geométricas.*

Actividad 20 Cuando el río corre



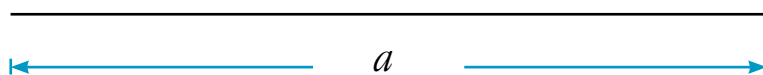
¿Vive usted cerca de un estanque, arroyo, o río?, ¿le gusta meterse al agua?, ¿puede hacerlo en todas las épocas del año sin ningún peligro? Comente con su asesor o asesora.



La profundidad y la corriente de los ríos cambian de acuerdo con las lluvias. Generalmente, los habitantes de los lugares cercanos a corrientes de agua conocen las épocas seguras y las peligrosas.

- Gerardo vive cerca de un río y le gusta llevar un registro de la profundidad de los ríos en diferentes épocas del año. Él no tiene equipo adecuado para medir, por lo que lo hace con ramas de árbol y con los informes oficiales que llegan.

El domingo midió con una vara de varios metros y que Gerardo registra como a :



El lunes, Gerardo vio que el río había descendido un poco e hizo una marca en la vara, a la que llamó b .



- A) ¿Cómo debe registrar la medida de la profundidad del río del lunes?
-
- B) La noche del lunes llovió muy fuerte por lo que anunciaron que el río había crecido al doble. ¿Cómo debe registrar la medida de la profundidad del río?
-
- C) ¿Podría escribirlo de alguna otra manera? _____

Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores, observe el procedimiento de Cayetano.

Yo medí con mi mano el largo de la puerta y vi que medía 15 cuartas de mi mano menos lo largo de este clavo.

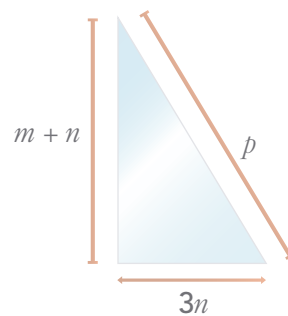
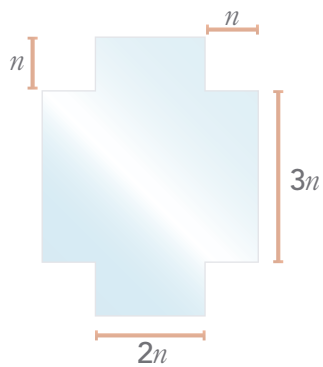
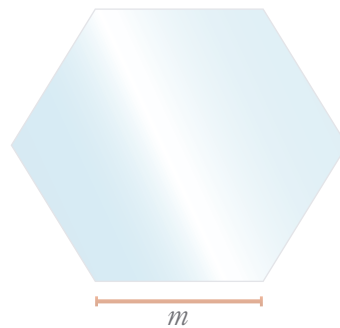
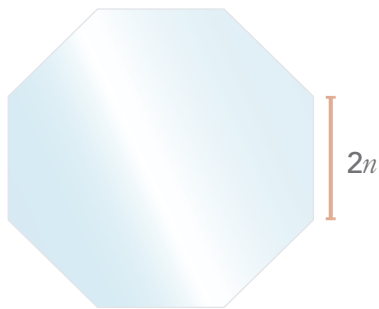
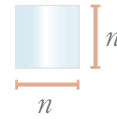
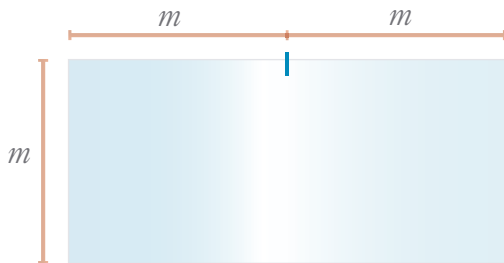
Si represento la medida de la cuarta de mi mano con x y el largo del clavo con p , puedo representar el largo de la puerta como:

$$15x - p$$

Ahora, si hay 3 puertas juntas, miden en total $3(15x - p)$.

Resolvamos otros problemas

- 2 Leonardo va a enmarcar con aluminio algunos espejos que tienen las siguientes formas y medidas.



- A) ¿Cuánto mide cada lado del primer espejo? _____
- B) ¿Cuánto mide su perímetro? _____
- C) Escriba en la línea correspondiente a cada dibujo la cantidad de aluminio que necesita para cada uno.
- D) ¿Cuánto aluminio necesita Leonardo en total? _____

Recuerde:

- **Literal.** Usamos letras para representar números desconocidos o que varían, los cuales pueden ser positivos o negativos.

Ejemplos.

x puede valer $+9$ o -3 .

- El doble de x se escribe $2x$ y su triple, $3x$; mientras que la mitad de x se escribe $\frac{x}{2}$.
- Coeficiente y exponente. En el producto $8x^2$ el número 8 es el coeficiente de x , x es la literal y está elevada al exponente 2 .

$$\text{Coeficiente} \longrightarrow 8x^2$$

 \swarrow Exponente
 \searrow Literal

Cuando el coeficiente es 1 , no se escribe.

Ejemplo.

$$1xy = xy$$

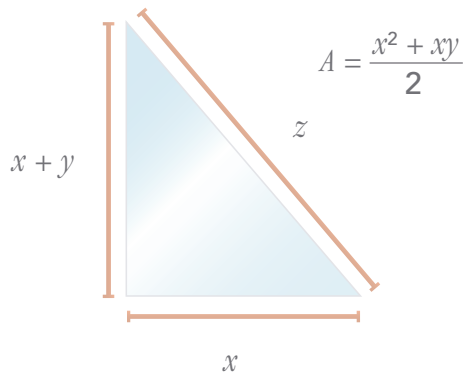
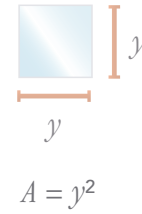
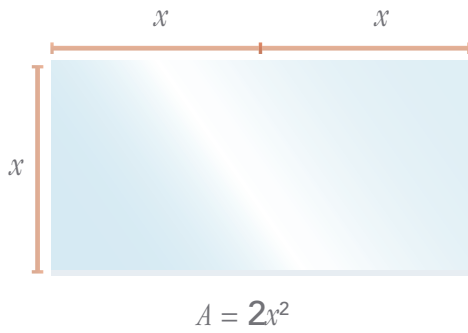
De igual manera, cuando el exponente es 1 , no se escribe.

Ejemplo.

$$9m^1n^1 = 9mn$$

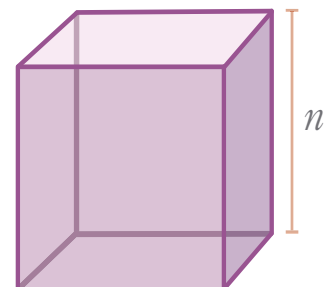
- A veces es necesario escribir sumas como: $3xy + 5x - 7a - 9bc^2$
A los **sumandos** se les llama **términos de la suma**. La suma anterior tiene 4 términos.

3 Leonardo calculó el área de los espejos y obtuvo lo siguiente.



- A) Escriba en la línea correspondiente el perímetro de cada figura.
 B) ¿A qué exponente están elevadas las literales con que se representa la medida de los perímetros? _____
 C) ¿A qué exponente están elevadas las literales con que se representa la medida de las áreas? _____
 D) ¿Cuál es el volumen del siguiente cubo?

 E) ¿Cuánto mide el área de una de las caras del cubo?



- Una expresión algebraica compuesta por un solo término se llama **monomio**.

Ejemplos.

$$a; \quad -4a^3; \quad 3ab^2c^3; \quad 15xy^2; \quad -x^5; \quad \frac{7bc}{4}$$

- Una expresión algebraica compuesta por dos o más términos se llama **polinomio**.

Ejemplos.

$$a + 57a^3; \quad 4a^3 - 8abc^2 + 5xy^2; \quad x^5 - \frac{7x}{4} + y^2 - 9xy^2$$

- A una expresión algebraica compuesta por dos términos también se le denomina

binomio.

Ejemplos.

$$a + 57a^3; \quad 4a^3 - 5xy^2; \quad x^5 + y^2; \quad m + n^3$$

- **Términos semejantes.** Cuando dos términos tienen las mismas literales con los mismos exponentes se dice que son semejantes.

Ejemplos.

$$a \text{ y } -4a$$

$$3xy^2 \text{ y } 15xy^2$$

$$x^5 \text{ y } 56x^5$$

- **Reducción o suma de términos semejantes.** Un polinomio puede reducirse al sumar o restar los términos semejantes que lo forman.

Ejemplos.

$$-9x + 21x + 2y - y = +12x + y$$

$$2n + 5mn^2 + 4n = 6n + 5mn^2$$

$$-6xy^2 + 2x^3y + 2xy^2 - x = -4xy^2 + 2x^3y - x$$

Propósito: *Usted sumará y restará monomios y polinomios.*

Actividad 21 *Carpetas*



¿Considera los trabajos manuales como un arte o simplemente como una actividad más?, ¿conoce a alguien que borde, teja y elabore carpetas?

Comente con su asesor o asesora.



El trabajo manual que muchas mujeres realizan en nuestro país, como el bordado, el deshilado y el tejido, que en muchas ocasiones llegan a ser verdaderas obras de arte, es poco apreciado y, generalmente, pobremente remunerado.

- 1** Gelita y sus amigas elaboran carpetas de formas poco comunes. ¿Qué cantidad de encaje requieren para adornar la orilla?

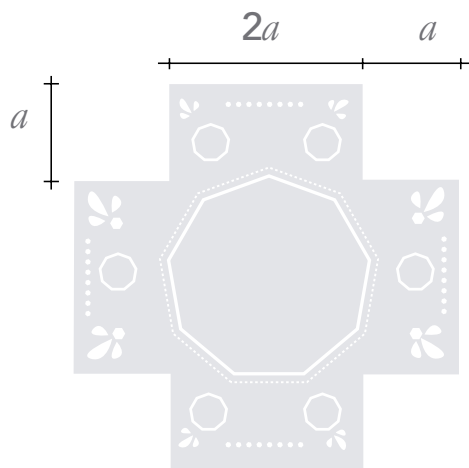


Figura 1

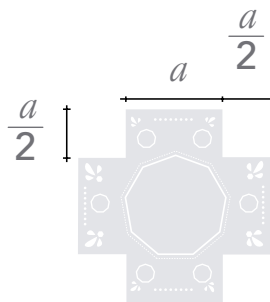


Figura 2

- A) ¿Cuántos lados de la figura 1 miden a ? _____ ¿Cuántos $2a$? _____
- B) ¿Cuánto mide el perímetro de la figura 1? _____

- C) ¿Cuántos lados de la figura 2 miden a ? _____ ¿Cuántos $\frac{a}{2}$? _____
- D) ¿Cuánto mide el perímetro de la figura 2? _____
- E) ¿Qué cantidad de encaje es necesaria para adornar ambas carpetas?
-

Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores, observe el procedimiento de Gelita.

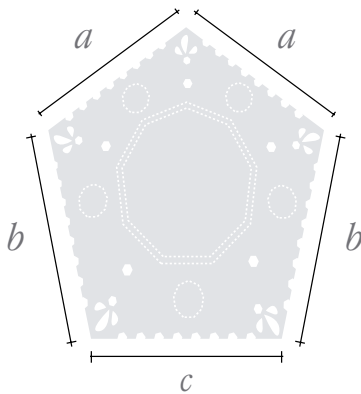


Figura 3

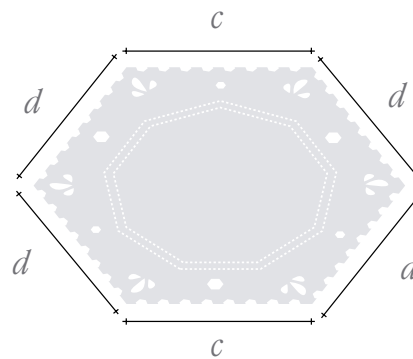


Figura 4

El perímetro de la figura 3 es: $2a + 2b + c$,
pues tiene 2 lados que miden a , 2 que miden
 b y 1 que mide c .

De la figura 4 es: $2c + 4d$

Para sumar el perímetro de ambas figuras, me fijo en
los términos semejantes, en este caso son c y $2c$, que al
sumarlos dan $3c$. Al no haber más términos semejantes,
el polinomio que expresa el perímetro de ambas
figuras es:

$$2a + 2b + 3c + 4d$$



Resolvamos otros problemas

2 Explique por qué:

A) $45xy$ y xy son términos semejantes.

B) $8bc$ y $8ab$ no son términos semejantes.

C) $-6m^2n$ y $10mn^2$ no son términos semejantes.

D) $8a^2bc$ y $2ca^2b$ son términos semejantes.

3 Relacione con una línea los términos que son semejantes.

$-12b^2$

$3xy^2$

$98nm^3$

$8b^2$

$7x$

$2ca^3$

$3y^5$

$8ab^2$

$13a^3c$

nm^3

$8xy^2$

$-4x$

$-3ab^2$

$-6y^5$

A veces los polinomios están dentro de un paréntesis, dicho paréntesis puede estar antecedido por un signo de más o de menos (+ o -).

Eliminación de paréntesis

- Si el signo que antecede al paréntesis es positivo, se quita el paréntesis sin cambiar el signo de los sumandos del polinomio encerrado dentro de él.

Ejemplo.

$$(2n + 4n) + (45mn - 7mn^2 + 8n)$$

$$2n + 4n + 45mn - 7mn^2 + 8n$$

Reduciendo o simplificando términos semejantes:

$$14n + 45mn - 7mn^2$$

- Si el signo que antecede al paréntesis es negativo, se cambia el signo a los sumandos del polinomio encerrado dentro de él y se quita el paréntesis.

Ejemplo.

$$(2n + 4n) - (45mn - 7mn^2 + 8n)$$

$$2n + 4n - 45mn + 7mn^2 - 8n$$

Reduciendo o simplificando términos semejantes:

$$-2n - 45mn + 7mn^2$$

- Cuando un paréntesis lleva signo positivo y está al inicio del polinomio, generalmente no se escribe el signo, pero si es negativo, sí se escribe.

Ejemplo.

$$-(2n + 4n) - (45mn - 7mn^2 + 8n)$$

$$-2n - 4n - 45mn + 7mn^2 - 8n$$

Reduciendo o simplificando términos semejantes:

$$-14n - 45mn + 7mn^2$$

- Cuando hay varios paréntesis metidos unos dentro de otros, se eliminan paso a paso, iniciando con los paréntesis interiores.

Ejemplo.

$$-(2n + 4n) - [-(9mn + 15n) + (45mn - 7mn^2 + 8n)]$$

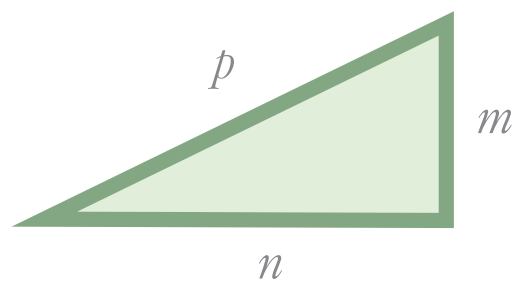
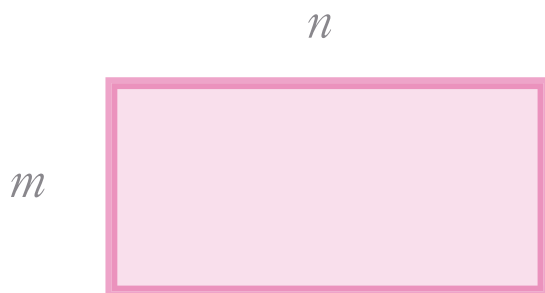
$$-(2n + 4n) - [-9mn - 15n + 45mn - 7mn^2 + 8n]$$

$$-2n - 4n + 9mn + 15n - 45mn + 7mn^2 - 8n$$

Reduciendo o simplificando términos semejantes:

$$n - 36mn + 7mn^2$$

- 4 Sume los perímetros de las siguientes figuras.



- A) Perímetro del rectángulo. _____
- B) Perímetro del triángulo. _____
- C) Suma de ambos perímetros. _____

5 Reduzca los siguientes polinomios.

A) $7n - 2n + 4n - 3m =$

B) $2y^2 + 2x^3 - 9y^2 - x =$

C) $5y^2 + 3y + y^2 - 2y =$

D) $4ab^2 - 7x^3y + 9ab^2 + x =$

E) $3x^2y + 8x^3y - 4x^2y =$

F) $9p^2 + x^3y + 2y^2 - x =$

6 Suma o resta, según sea el caso, los siguientes polinomios.

A) $(4n - 5m) + (3n - 5m) =$

B) $(9b^2 + 6x^3 - 8y^2) - (6b^2 - 9x^3 + x) =$

C) $-(6ab^2 - 9x^3y) + (15ab^2 + x) =$

D) $(8xy^2 - 7x^3y) - (9xy^2 + x) =$

E) $(9m^3n - 5m) + (3m - 5m^3n + n) =$

F) $(8k + 5l) - (3k - 5l) =$

G) $(10b^2 + 7x^3 - 5x) - (6b^2 - 9x^3 + x) =$

H) $-(7xy^2 - 9x^3y) - (3xy^2 + 4x) =$

I) $(23mn^3 - 7xy) - (2mn^3 + 9x) =$

J) $(28yn^2 - 8m) - (4m - 6yn^2 + 4n) =$

- Para sumar polinomios, se localizan los términos que son semejantes y se realiza la suma de sus coeficientes.

Ejemplos.

$$(2n - 9mn^2) + (4n - 5mn^2) = 6n - 14mn^2$$

$$(9x^2y + 8xy - 4y) + (8x^2y - 2xy - x) = 17x^2y + 6xy - 4y - x$$

- Para restar polinomios, se cambia el signo a todos los términos que forman el sustraendo y después se suma.

Ejemplos.

$$\begin{aligned}(3a^3 - 6ab) - (7a^3 - 8ab) &= (3a^3 - 6ab) + (-7a^3 + 8ab) \\ &= -4a^3 + 2ab\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5mn + 9x^2y + 7y) - (+8x^2y + 3mn - x) &= (5mn + 9x^2y + 7y) + (-8x^2y - 3mn + x) \\ &= 2mn + x^2y + 7y + x\end{aligned}$$

- Puede ser más fácil si acomoda los polinomios en filas de acuerdo con los términos semejantes.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 5mn + 9x^2y + 7y \\ - \\ +3mn + 8x^2y \quad - x \\ \hline \end{array}$$

Por ser resta, se cambia el signo de los términos del sustraendo:

$$\begin{array}{r} 5mn + 9x^2y + 7y \\ -3mn - 8x^2y \quad + x \\ \hline 2mn + x^2y + 7y + x \end{array}$$

Propósito: *Usted multiplicará monomios, y un polinomio por un monomio.*

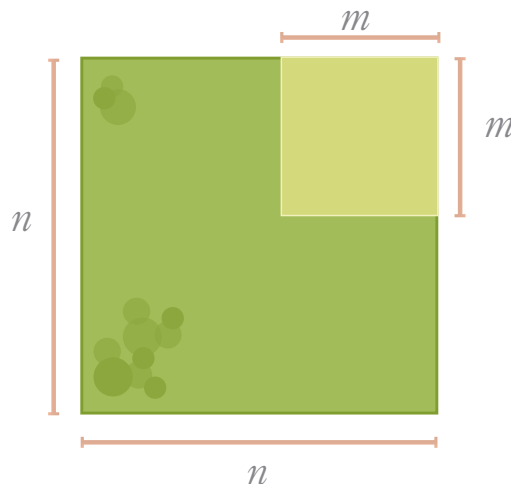
Actividad 22 *Repartición de tierra*



¿La zona donde usted vive es un valle o hay montes y montañas? ¿Los terrenos están trazados en formas regulares o irregulares? Comente con su asesor o asesora.

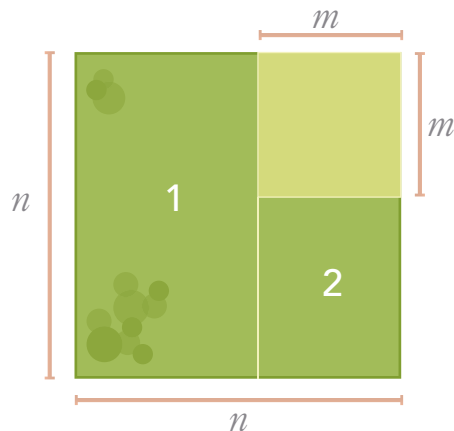
Hay partes de la tierra que están muy accidentadas, por lo que los terrenos que fraccionan en ella son muy irregulares.

- 1** Bonifacio trabaja delimitando terrenos y ayuda a los propietarios a calcular las dimensiones de los mismos. Él necesita calcular el área del terreno ahora que su propietario ha vendido una esquina del mismo.



- A) ¿Cuál es el área del pedazo de terreno que vendió? _____
- B) ¿Cómo la calculó? _____
- C) ¿Cuál era el área del terreno antes de vender el pedazo? _____
- D) ¿Cómo la calculó? _____
- E) Después de haber vendido un pedazo de terreno, ¿cuánto mide cada lado del terreno?
- _____

- 2 Para poder calcular el área del terreno que queda, Bonifacio lo dividió en partes.



- A) ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo 1? _____
- B) Calcule su área. _____
- C) ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo 2? _____
- D) Calcule su área. _____
- E) ¿Cuál es el área del terreno que no vendió? _____
- F) ¿Podría calcular el área de otra manera? _____
 ¿Cuál? _____
- G) Calcúlela y compare sus respuestas.

Si tuvo alguna dificultad para contestar las preguntas anteriores, analice los procedimientos que dan Pedro e Isabel.

En un terreno de la comunidad van a hacer diversas construcciones y a destinar un área para el jardín. Dicho terreno mide de largo el doble del ancho.

Representando la medida del ancho del terreno con m y considerando que el largo mide dos veces el ancho, es decir, $2m$, el área del terreno es:

$$(m)(2m) = 2m^2$$

Para calcular el área destinada para las construcciones y el área destinada para el jardín, hago lo siguiente:

El rectángulo destinado para las construcciones medirá de ancho m y de largo $2m - a$

El rectángulo para el jardín medirá de ancho a y de largo m .

Así, obtengo que el área destinada a las construcciones mide:

$$(m)(2m - a)$$

$$\text{es decir, } 2m^2 - am$$

Y el área destinada al jardín mide:

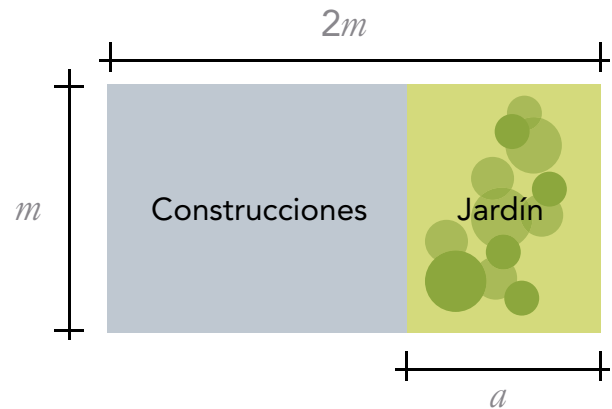
$$(a)(m)$$

$$\text{es decir, } am$$

Sumando el área de los dos rectángulos se obtiene el área total del terreno:

$$2m^2 - am + am =$$

$$2m^2 - \cancel{am} + \cancel{am} = 2m^2$$



- Para multiplicar un monomio por otro monomio, hay que multiplicar los coeficientes de ambos y después las literales.

Ejemplos.

$$(2m)(8m) = 16m^2$$

$$(3x)(6y) = 18xy$$

$$(5m^2)(4ab) = 20m^2ab$$

- Como puede usted ver, al multiplicar la misma literal se suman sus exponentes.

Ejemplos.

$$(m)(m) = m^2$$

$$(5m)(8m) = 40m^2$$

$$(2x^2y^3)(4x^2y^2) = 8x^4y^5$$

Resolvamos otros problemas

3 Multiplique los siguientes monomios.

A) $(2a)(4a) =$

B) $(5m)(9a) =$

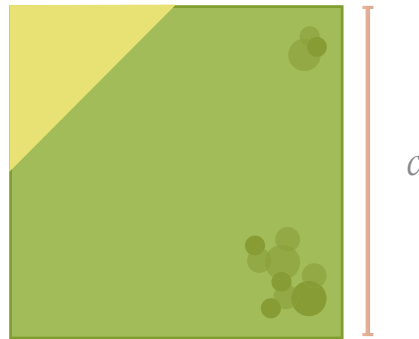
C) $(3m^2)(4m) =$

D) $(20x^2)(xy) =$

E) $(8b)(3a^2b) =$

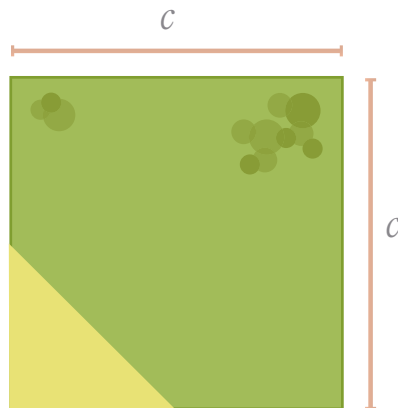
F) $(5m)(9a) =$

- 4 Al terreno de doña Lupita le cortaron un pedazo. El corte pasa exactamente por la mitad de dos de sus lados.



- A) Como puede observar, el lado del terreno que tenía doña Lupita medía c , ¿de qué manera se puede representar la medida del área?
-

Observe el dibujo del terreno girado. Fije su atención en el triángulo que se forma y trate de establecer cuánto mide la base y cuánto la altura. Recuerde que pasa por la mitad de dos lados del cuadrado.



- B) ¿Está de acuerdo en que la medida de la base del triángulo es $\frac{c}{2}$?, ¿y que la medida de su altura es $\frac{c}{2}$? _____ ¿Por qué? _____
-

- 5 Antes de realizar las siguientes multiplicaciones, lea el recuadro de abajo donde se indica otra forma de resolverlas.

$$A) (2a + 4a^2)(5m - 9a) =$$

$$B) (3m^2 + 4n)(20x^2 + xy) =$$

$$C) (-3a^2b + 8b)(-9a - 5) =$$

- Para multiplicar un polinomio por un monomio, se multiplica el monomio por cada término del polinomio.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 8x + 2xy - y \\ \times \qquad \qquad \qquad 5x \\ \hline 40x^2 + 10x^2y - 5xy \end{array}$$

- Para multiplicar un polinomio por otro polinomio, se multiplica cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio. Después se simplifica.

Ejemplo.

$$\begin{array}{r} 7x + 4m \\ \times -5x + 3m \\ \hline 21xm + 12m^2 \\ -35x^2 - 20xm \\ \hline -35x^2 + xm + 12m^2 \end{array}$$

Para saber más

En su Revista *Lecturas de matemáticas* lea “Distancias inaccesibles”, y conteste las siguientes preguntas.

1. ¿Con qué frecuencia realiza usted mediciones? ¿Qué mide? _____

2. Mencione tres situaciones en las que es necesario hacer mediciones indirectas.

3. ¿Qué tipo de conocimientos matemáticos se aplican para hacer mediciones indirectas?

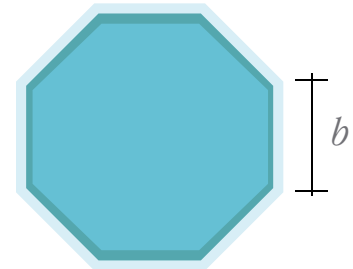
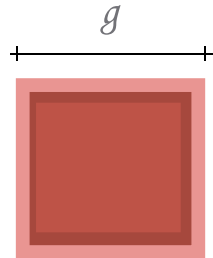
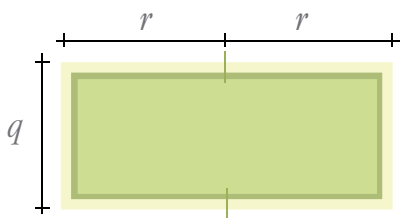
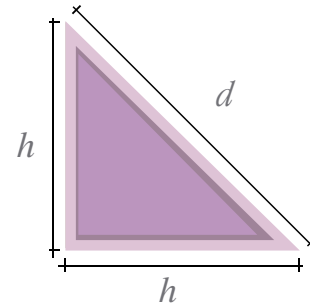
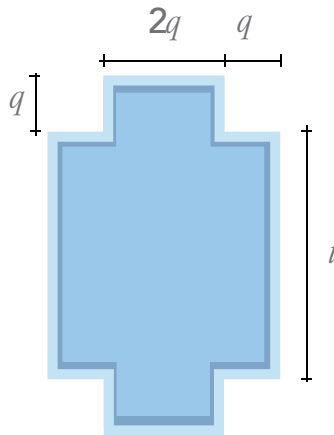
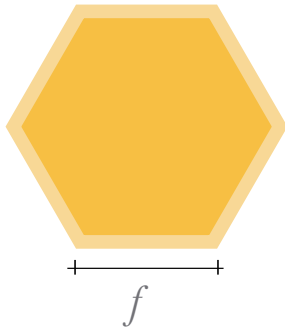
Resuelva el “Crucigrama matemático” en su Folleto de juegos, después responda las siguientes preguntas.

1. ¿Le pareció interesante el crucigrama? _____

2. ¿Aprendió algo nuevo al resolverlo? _____ ¿Qué aprendió? _____

Autoevaluación Unidad 7

1 ¿Cuál es el perímetro de las siguientes figuras?



2 Relacione con una línea los monomios que son semejantes.

$$-6c^2$$

$$nm^3$$

$$7x$$

$$4nm^2$$

$$nm^2$$

$$x$$

$$12nm^3$$

$$9c^2$$

3 Reduzca los siguientes polinomios.

A) $7m^5 + 8x^3 - 6m^5 - x =$

B) $9k^2 + 3k + k^2 - 2k =$

C) $-4an^2 - 7n^2y + 9an^2 + x =$

D) $-5x^2y + 7x^3y + 3x^2y =$

E) $10r^2 + r^2p + 3y^2 - x =$

4 Multiplique los siguientes monomios.

A) $(9b)(8b) =$

B) $(7n)(7n) =$

C) $(8p^2)(5p) =$

D) $(24x^2)(xy) =$

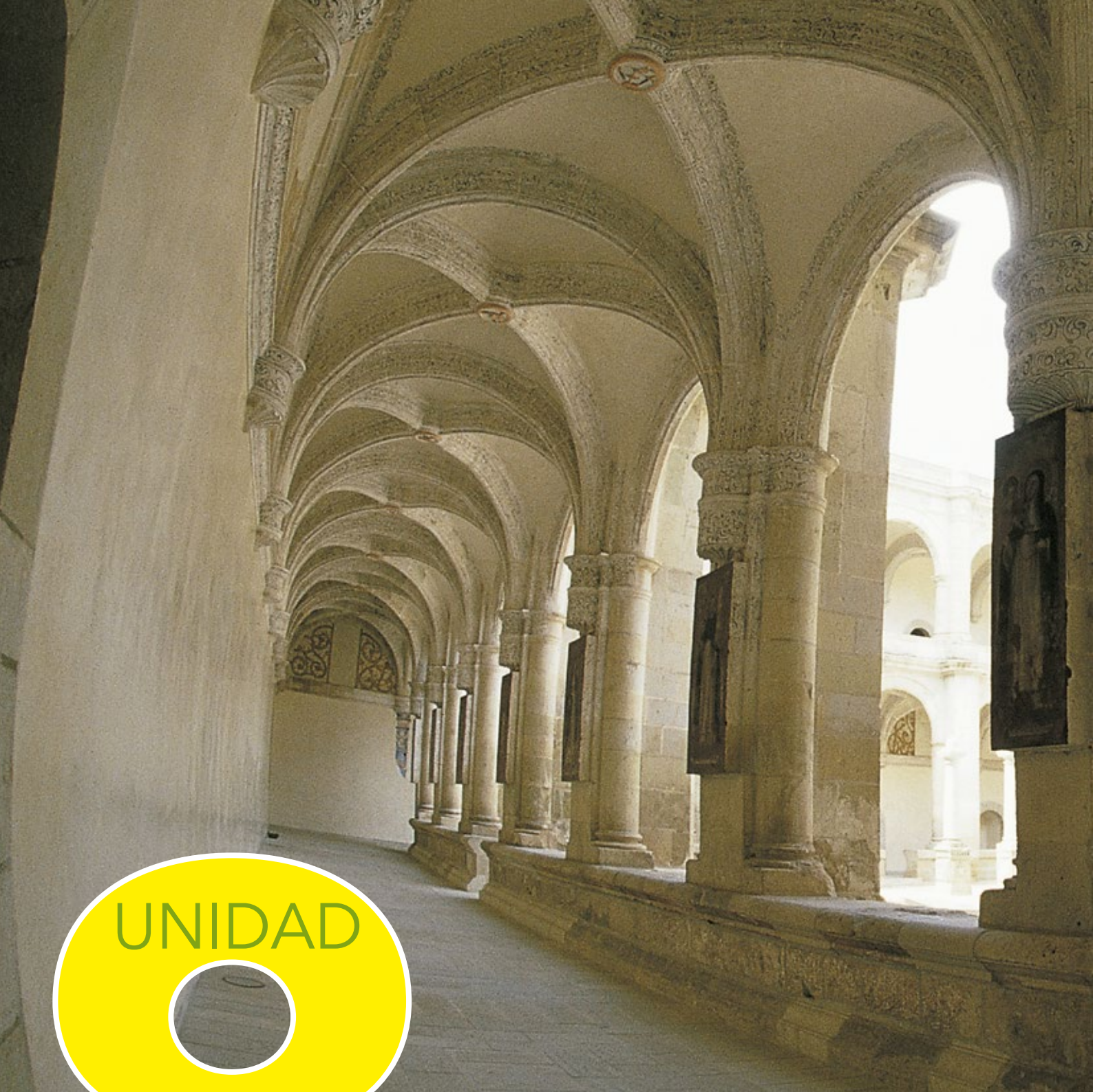
E) $(8x)(6x^2y) =$

5 Realice las siguientes multiplicaciones. Puede reescribirlas de otra manera si es necesario.

A) $(6a + 5a^2)(6n - n) =$

B) $(9m^2 + 12n)(3m^2 + n) =$

C) $(9x - 2x^2y)(7x - 3xy) =$



UNIDAD

Teorema de
Pitágoras



En esta unidad, usted:

- Resolverá problemas con potencias cuadradas.
- Conocerá el teorema de Pitágoras y lo aplicará en la resolución de problemas.

Propósito: *Usted resolverá problemas con potencias cuadradas.*

Actividad 23 **Evalúe su masa corporal**



¿Ha oído hablar del Índice de Masa Corporal (IMC)? ¿Sabía que el IMC le indica si tiene problemas de sobrepeso o de obesidad? ¿Sabe cómo calcularlo? Comente con su asesor o asesora.

La obesidad es un problema de salud pública que va en aumento. Por ello es importante cuidar la cantidad y calidad de los alimentos que consumimos. El Índice de Masa Corporal se calcula a partir de la talla en metros y del peso en kilogramos de la persona.

1 Verónica leyó la siguiente información en el periódico.

Salud Gaceta Semanal

Comer bien ayuda a perder peso

Por Silvia Ojanguren

Cómo evaluar la masa corporal

Por principio de cuentas, la gente tiene que evaluar si es parte de la estadística de sobrepeso y obesidad, para lo cual debe conocer su IMC, es decir, el Índice de Masa Corporal, que se obtiene así: el peso en kilogramos entre (dividir) el cuadrado de la estatura en metros.

Vamos a calcular nuestro IMC, el cual nos dice si nuestro peso pone en riesgo nuestra salud, y en peligro nuestra vanidad.

Normal: IMC de 18.6 a 24.9
Sobrepeso: IMC de 25.0 a 26.9
Obesidad I: IMC de 27.0 a 29.9
Obesidad II: IMC de 30.0 a 34.9
Obesidad III: IMC de 35.0 a 40.0

Estos índices son para mujeres que miden 1.50 m o más, y hombres que miden 1.60 m o más.

Fuente: Periódico *El Universal*. (2015, Junio 13). G4.

Con base en la información anterior, realice lo que se le solicita.

- A) Utilice la letra M para representar el IMC, la p para representar el peso y la t para representar la estatura y escriba la ecuación para calcular el IMC.

- B) Verónica pesa **67** kg y mide **1.52** m, ¿cuál es su IMC? _____

- C) ¿Verónica tiene problemas de sobrepeso o de obesidad? _____

- 2** Juanita tiene un IMC de **24.74** y mide **1.57** m, ¿cuánto pesa?

- A) Escriba la ecuación para calcular el IMC, después despeje la p (peso).

- B) Sustituya las medidas de Juanita en la ecuación y calcule su peso.

3 Ramón tiene un IMC de **24.38** y pesa **68** kg, ¿cuál es su estatura?

A) Escriba la ecuación donde despejó p (peso) y despeje la l^2 (estatura al cuadrado).

B) Sustituya las medidas de Ramón y calcule l^2

C) ¿Qué dato obtiene? _____

D) ¿Qué falta hacer para conocer la estatura de Ramón? _____

E) Con la tecla $\sqrt{\quad}$ de su calculadora, calcule la estatura de Ramón. _____

• Recuerde que: $(l)(l) = l^2$

Por lo tanto, $\sqrt{l^2} = l$

• De igual manera: $(l)(l)(l) = l^3$

Por lo tanto, $\sqrt[3]{l^3} = l$

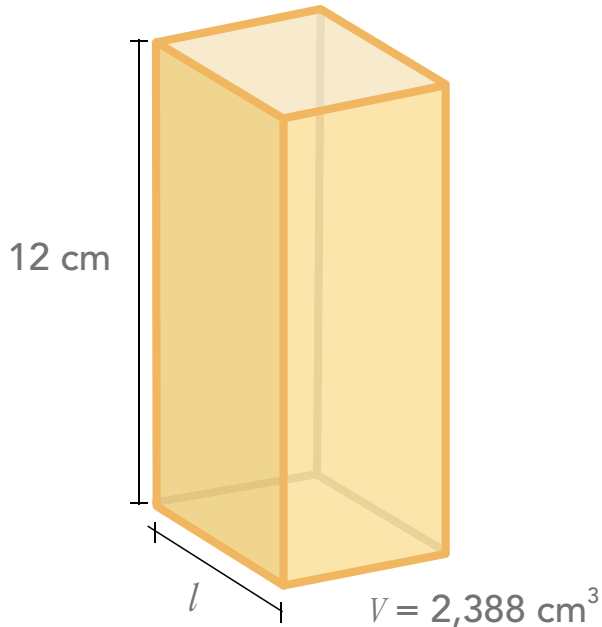
Si tuvo dificultad para contestar las preguntas anteriores, analice la forma en que Araceli procede ante una situación similar.

Para calcular la medida del lado de la base de un prisma cuadrangular a partir de la fórmula del volumen y de conocer el volumen y la altura del mismo, se despeja de la ecuación la literal que representa la medida buscada.

$$V = A_b h$$

Por ser un prisma cuadrangular, el área de la base es l^2 :

$$V = l^2 h$$



Para despejar, solo divido ambos miembros de la ecuación entre h :

$$l^2 = \frac{V}{h}$$

Entonces:

$$l^2 = \frac{2,388}{12}$$

$$l^2 = 199$$

Para conocer el valor de l , hay que sacar raíz cuadrada en ambos lados de la ecuación:

$$\sqrt{l^2} = \sqrt{199}$$

$$l = 14.1067$$

Por lo que el lado de la base del prisma cuadrangular mide **14.1067** cm.

- Analice cómo se calcula la raíz cuadrada del número **678**.

Se separan las cifras de dos en dos, empezando por la derecha.

 $6,78$

Se busca un número que multiplicado por sí mismo sea igual o casi igual, pero menor, que el número formado por la cifra de la izquierda (**6**) y se escribe sobre la línea de la derecha.

$$\sqrt{6,78} \begin{array}{r} 2 \\ \hline \end{array}$$

El número encontrado (**2**) se multiplica por sí mismo y el resultado se resta del **6**.

$$\begin{array}{r} \sqrt{6,78} \begin{array}{r} 2 \\ \hline \end{array} \\ - 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

Dentro de la raíz, se baja el segundo par de cifras. En el exterior, se duplica el número de la primera línea y el resultado se escribe en una segunda línea, abajo.

$$\begin{array}{r} \sqrt{6,78} \begin{array}{r} 2 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array} \\ - 4 \\ \hline 278 \end{array}$$

Se busca una cifra (**6**) que se agrega a los números de la primera y la segunda líneas. La multiplicación de dicha cifra por el número de la línea de abajo (**46**) debe ser igual o casi igual, pero menor que **278**. Se escribe el resultado de la multiplicación y se resta a **278**.

$$\begin{array}{r} \sqrt{6,78} \begin{array}{r} 26 \\ \hline 46 \\ \hline \end{array} \\ - 4 \\ \hline 278 \\ - 276 \\ \hline 2 \end{array}$$

El resultado final es **26** y quedan **2**.

$$(26) (26) = 676$$

Se comprueba multiplicando **26** por sí mismo y sumando **2**:

$$676 + 2 = 678$$

Resolvamos otros problemas

4 El área de un quiosco circular es 200.96 m^2 , ¿cuánto mide su radio?

- A) Recuerde que la fórmula para calcular el área del círculo es $A = \pi r^2$. Despeje r^2 de la fórmula. _____
- B) Sustituya los valores y encuentre el valor de r^2 . Considere a π como **3.14**.

- C) ¿Qué falta para conocer el valor de r ? _____
- D) Realícelo. ¿Cuánto mide el radio? _____

5 Van a poner una serie de focos alrededor de un quiosco circular que mide 271.57 m^2 . ¿Cuál es la medida mínima que debe tener la serie para que al menos le dé una vuelta completa?

- A) Recuerde que la fórmula para calcular el área del círculo es $A = \pi r^2$. Despeje r^2 de la fórmula. _____
- B) Sustituya los valores y encuentre el valor de r^2 . Considere a π como **3.14**.

- C) ¿Qué falta para conocer el valor de r ? _____
- D) Realícelo. ¿Cuánto mide el radio? _____

E) ¿Cuál es la medida del diámetro del círculo? _____

F) Recuerde que la fórmula para calcular el perímetro de un círculo es

$$P = \pi d$$

¿Cuál es la medida mínima que debe tener la serie?

6 Calcule el valor de la incógnita de las siguientes ecuaciones.

A) $l^2 + 9 = 1,333.96$

B) $m^2 - 10 = 28.44$

C) $100p^2 = 334.08$

D) $\frac{m^2}{3} = 26.4$

- Las ecuaciones pueden tener alguna literal elevada a una potencia.

Ejemplo.

$$x^2 + 3 = 28$$

- Para conocer el valor de x , primero hay que despejarla de la ecuación y realizar las operaciones indicadas.

$$x^2 = 28 - 3$$

$$x^2 = 25$$

- Finalmente, en este caso, hay que sacar raíz cuadrada a ambos miembros de la ecuación.

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{25}$$

$$x = 5$$

Propósito: *Usted conocerá el teorema de Pitágoras y lo aplicará en la resolución de problemas.*

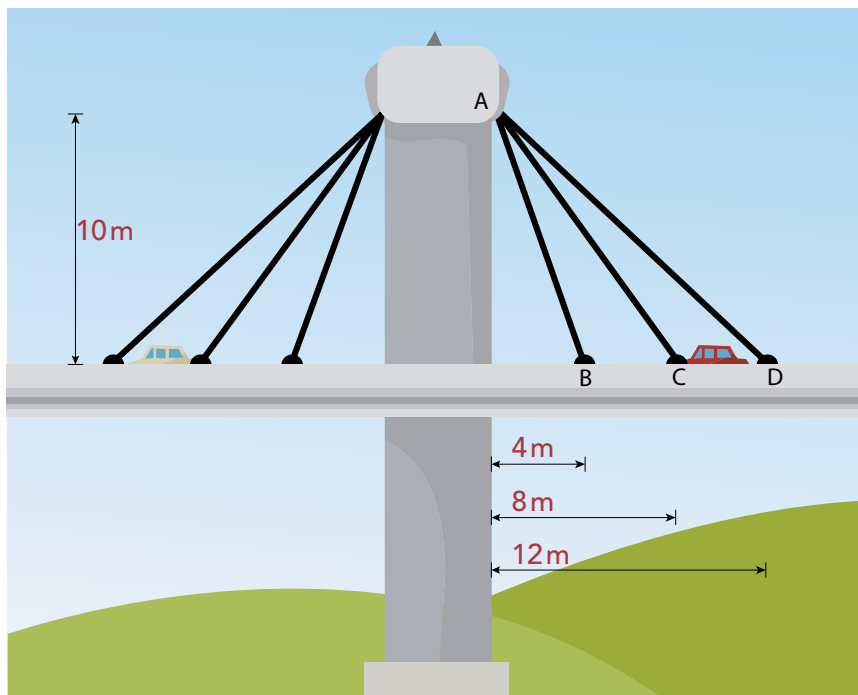
Actividad 24 Grandes puentes



¿En la localidad que usted vive hay puentes? Además de los puentes peatonales (para la gente), ¿qué otro tipo de puentes conoce usted? Comente con su asesor o asesora.

En varios estados del país se han construido puentes vehiculares (para vehículos) que cruzan ríos, montañas o avenidas grandes.

- 1 Un puente del Estado de México está sostenido por grandes cables sujetos a un pilar, como se muestra en la siguiente figura.



A) Mida con un transportador el ángulo que forman el puente y el pilar, ¿cuánto mide?

B) ¿Qué figura forma el cable AB con el puente y la altura del pilar? _____

¿El AC ? _____ ¿Y el AD ? _____

C) ¿Cuál es la medida de cada uno de los cables que sostienen el puente?

AB _____

AC _____

AD _____

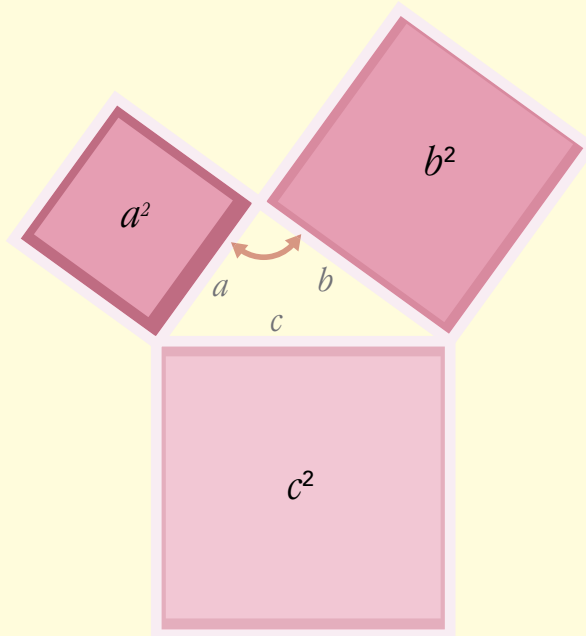
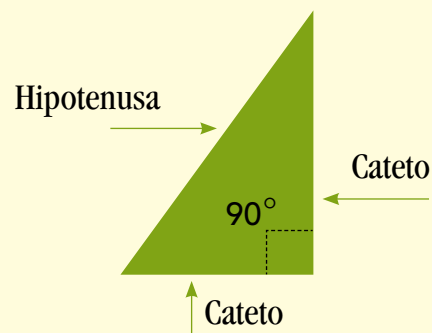
Estudie el teorema de Pitágoras, con él puede resolver problemas como el anterior.

- Un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto (90°). El lado opuesto al ángulo recto es llamado **hipotenusa**, los dos lados que forman el ángulo recto son llamados **catetos**.
- Con referencia a dicho triángulo, se cumple el teorema de Pitágoras:

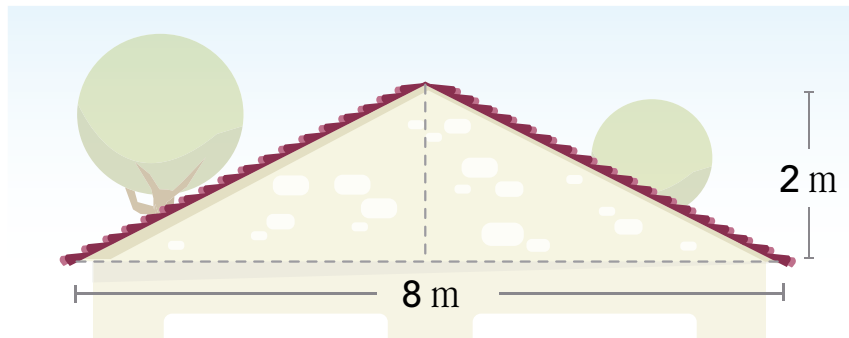
“En un triángulo rectángulo, el área del cuadrado construido sobre el lado opuesto al ángulo recto es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados que forman el ángulo recto.”

Algebraicamente puede expresarse como:

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Si no pudo resolver el problema anterior, analice la forma en que Lety resuelve un problema similar a partir de aplicar el teorema de Pitágoras.



Para calcular la medida de las vigas que necesito para sostener el techo de la casa de asistencia, puedo aplicar el teorema de Pitágoras.

Sé que el ancho de la casa es de 8 metros y la parte central va a medir 2 metros por encima de los lados.

También sé que el teorema de Pitágoras solo se aplica a triángulos rectángulos; si divido en dos el triángulo formado por el techo, me quedan dos triángulos rectángulos. Puedo calcular por partes.

El teorema de Pitágoras es:

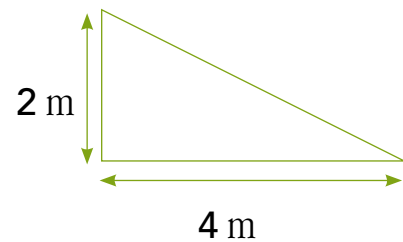
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Al sustituir los datos queda

$$c^2 = 2^2 + 4^2$$

$$c^2 = 4 + 16$$

$$c^2 = 20$$



Para conocer el valor de c hay que sacar raíz cuadrada a ambos miembros de la ecuación:

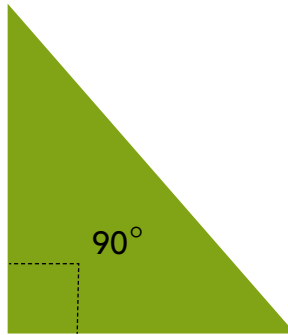
$$\sqrt{c^2} = \sqrt{20}$$

$$c = 4.47$$

Cada viga debe medir 4.47 m, las dos juntas, 8.94 m.

Resolvamos otros problemas

- 2 Lety y Paty, junto con otras compañeras, planean hacer una área de juego para sus hijos. La estructura para la escalera de una resbaladilla lleva dos piezas de la siguiente forma:



La altura debe ser 2.5 m y la base debe medir 1.3 m. ¿Qué cantidad de tubo se requiere para cada una de las estructuras?

- A) ¿Cómo puede calcular la cantidad de tubo que se requiere?

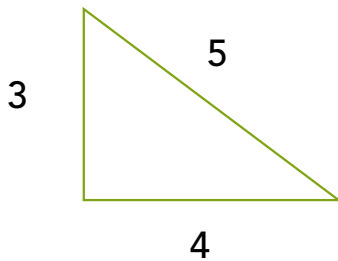
- B) ¿Qué medida falta para poder calcularla? _____
- C) ¿Puede aplicar el teorema de Pitágoras para calcular la medida que desconoce? _____
¿Por qué? _____
- D) ¿Cuál es la medida del lado desconocido? _____
- E) ¿Qué cantidad de tubo se requiere para cada una de las estructuras? _____
¿Para las dos? _____

- 3 El recíproco del teorema de Pitágoras dice que:

“En un triángulo, cuando el área del cuadrado construido sobre el lado mayor es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los otros dos lados del mismo triángulo, entonces el triángulo es rectángulo.”

Pruebe que los siguientes triángulos son rectángulos. Analice el ejemplo.

Si es triángulo rectángulo, debe cumplir el teorema de Pitágoras. En este caso, la hipotenusa mide 5, y los catetos 3 y 4.



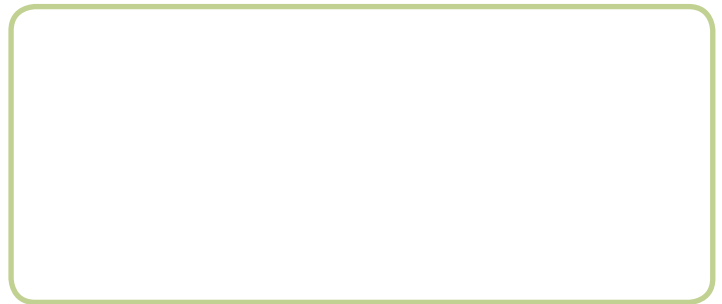
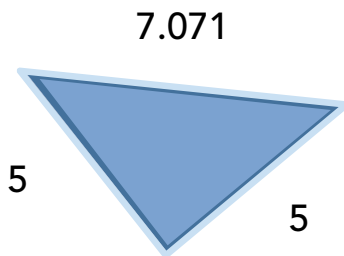
$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16$$

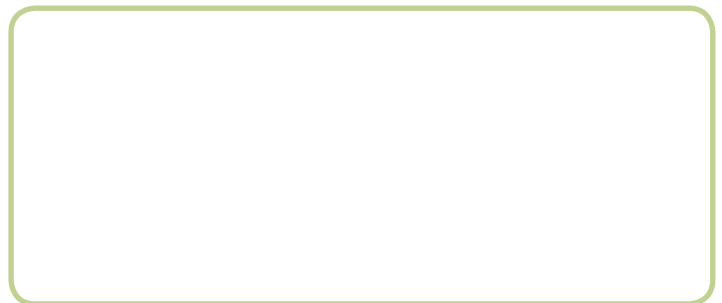
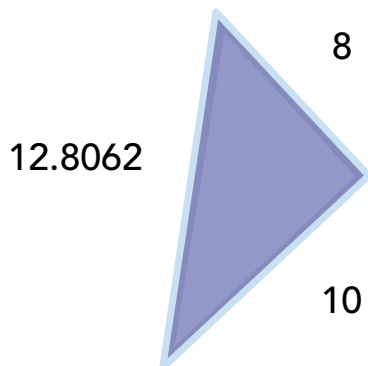
$$25 = 25$$

Como se cumple la igualdad, entonces es un triángulo rectángulo.

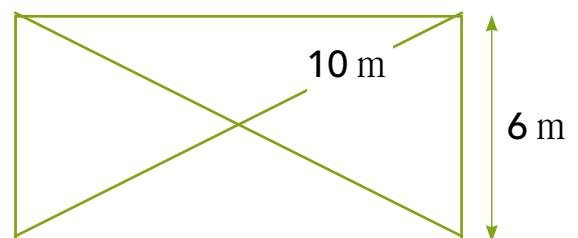
A)



B)



- 4 En un muro de contención de forma rectangular metieron estructuras metálicas como refuerzo. El largo de cada estructura es de 10 m y la altura del muro es de 6 m, ¿cuánto mide el ancho del muro?



A) Con base en la información, intente ver o dibuje el triángulo que relaciona los datos.

B) ¿Cómo es el ángulo opuesto al lado más largo de dicho triángulo? _____

¿Puede aplicar el teorema de Pitágoras? _____

C) Si tiene que hacer algún despeje, hágalo.

- Aspectos que se derivan del teorema de Pitágoras.

Si en un triángulo rectángulo llamamos c a la hipotenusa y a y b a cada uno de los catetos, entonces:

a) Como: $c^2 = a^2 + b^2$

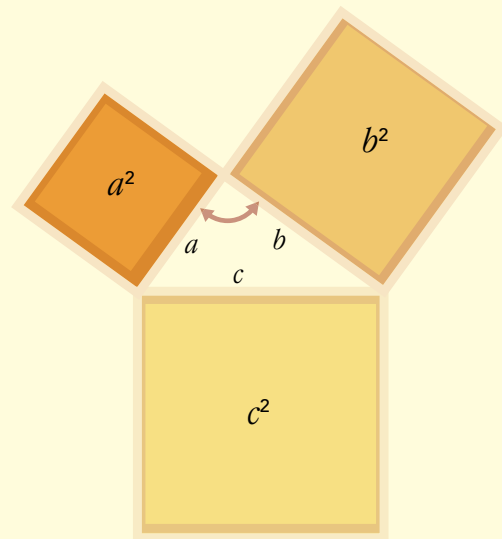
entonces, $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

b) Como: $c^2 = a^2 + b^2$

al despejar a , $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

c) Como: $c^2 = a^2 + b^2$

al despejar b , $b = \sqrt{c^2 - a^2}$



Para saber más

En su Revista *Lecturas de matemáticas* lea “La prueba en matemáticas”, y conteste las siguientes preguntas.

1. ¿Por qué es tan importante el trabajo de Pitágoras?

2. ¿Qué es lo que hace diferentes a las ciencias experimentales respecto del trabajo matemático?

3. Explique en qué radica la importancia de la demostración que hace Simon en la resolución del problema del tablero de ajedrez y las fichas de dominó.

Realice el “Rompecabezas” en su Folleto de juegos, después conteste las siguientes preguntas.

Autoevaluación Unidad 8

- 1** El área de un carrusel circular es de 50.24 m^2 , ¿cuánto mide su radio? Considere a π como **3.14**.

- 2** Van a poner una serie de focos en un carrusel circular que mide 78.5 m^2 de área. ¿Cuál es la medida mínima que debe tener la serie para que al menos le dé una vuelta completa? Considere a π como **3.14**.

3 Calcule el valor de la incógnita de las siguientes ecuaciones.

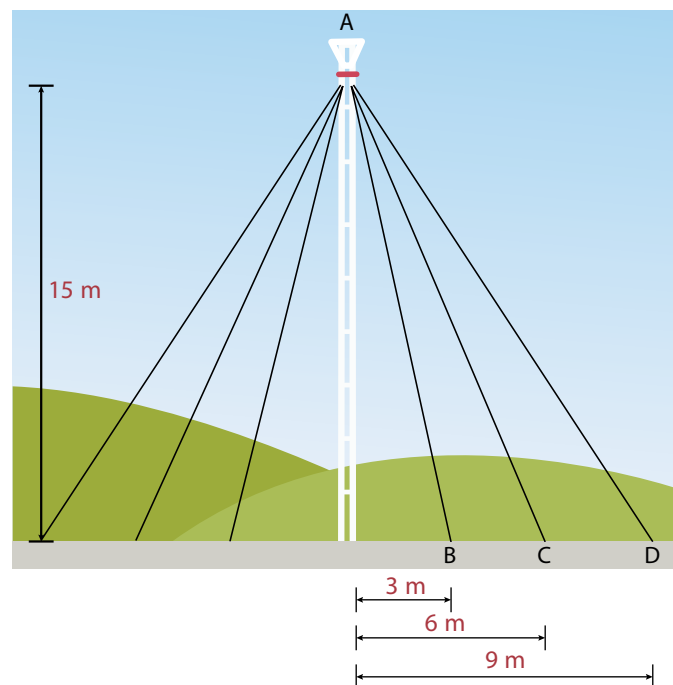
A) $l^2 + 9 = 34$

B) $m^2 - 10 = 141.29$

C) $10p^2 = 1,210$

D) $\frac{m^2}{3} = 176.3333$

4 Una antena está sostenida por cables sujetos a una torre, como se muestra en la siguiente figura.



A) Mida con un transportador el ángulo que forman el suelo y la torre, ¿cuánto mide?

B) ¿Qué figura forma el cable AB con el suelo y la torre? _____

¿El AC ? _____ ¿Y el AD ? _____

C) ¿Cuál es la medida de cada uno de los cables que sostienen la antena?

AB _____

AC _____

AD _____

- 5 Una puerta rectangular lleva dos soleras atravesadas para tener mayor soporte. El largo de cada solera es de **3.91** m, y la altura de la puerta es de **3** m, ¿cuánto mide el ancho de la puerta?



6 Aplicando el teorema de Pitágoras, diga si las siguientes medidas pertenecen a triángulos rectángulos.

A) 5, 6 y 7.810249

B) 9, 10, 13.4536

C) 8, 13, 15.2643



LICENS:
N.º
000190



utoevaluación

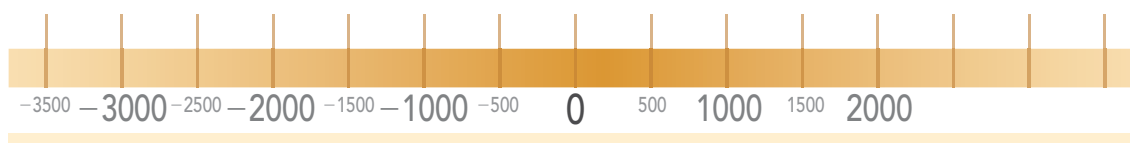


del módulo

Resuelva los siguientes problemas.

- 1 Analice la siguiente información.

El libro más antiguo que se conserva es del año **868**, pues antes de dicha fecha se usaba el papiro y **3,000 años** antes de nuestra era se usaban tablillas de barro. Fue hasta **1456** que se imprimió el primer libro, gracias a Gutenberg, quien en el siglo **XV** inventó la imprenta.



Con base en la información anterior, realice lo siguiente.

- A) La línea anterior se conoce como línea de tiempo, debido a que en ella se pueden registrar acontecimientos importantes y ver cómo ocurrieron en el tiempo. Escriba en ella una **T** en la época que se usaron tablillas de barro.
- B) Marque con una **L** cuándo se imprimió el primer libro.
- C) ¿Cuántos años hay de diferencia entre el uso de las tablillas y el primer libro impreso?
-
- D) Con una **A** marque cuándo se hizo el libro más antiguo que aún se conserva.

- 2 Escriba los símbolos $>$ (mayor que), $<$ (menor que) o $=$ (igual), según sea el caso.

-13.9	<input type="text"/>	10.4
-8.8	<input type="text"/>	-7.3
-0.18	<input type="text"/>	+1.6
5.9	<input type="text"/>	5.90

7.08	<input type="text"/>	7.7
-9.01	<input type="text"/>	-5.9
9.56	<input type="text"/>	-9.65
4.07	<input type="text"/>	4.0700

3 Con su calculadora, resuelva las siguientes operaciones.

$$(+445) + (+787) =$$

$$(+986) + (-183) =$$

$$(-895) + (+346) =$$

$$(-789) + (-548) =$$

$$(-784) - (+873) =$$

$$(-956) - (+679) =$$

$$(-1,827) - (-1,235) =$$

$$(+956) - (-987) =$$

$$(+983) \times (+657) =$$

$$(-852) \times (-285) =$$

$$(-834) \times (+126) =$$

$$(+956) \times (-854) =$$

$$(+673) \div (+178) =$$

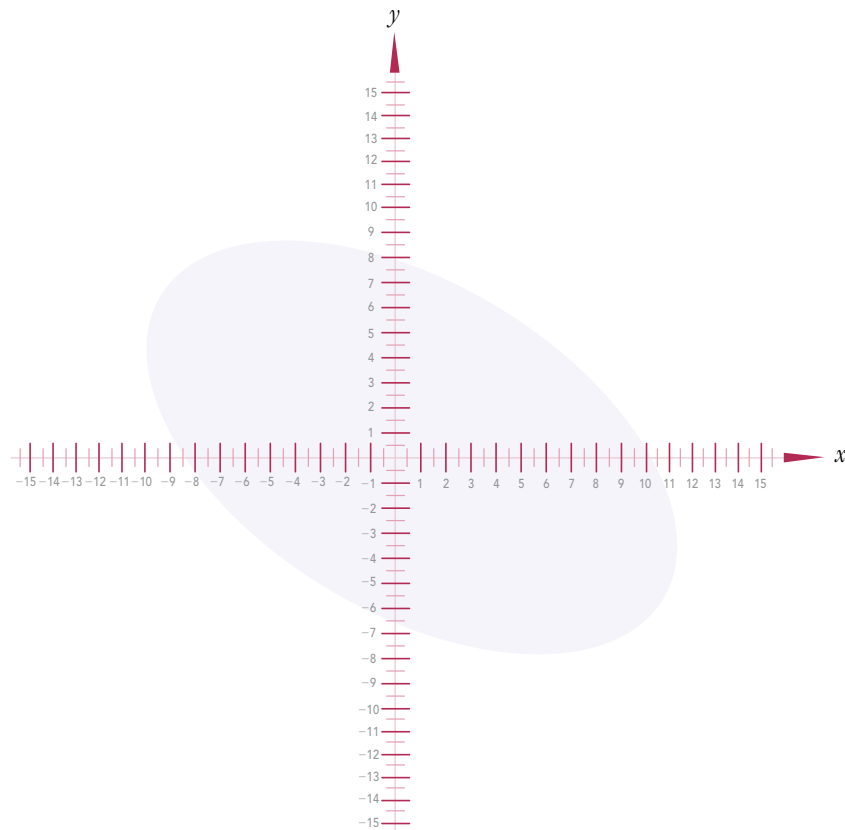
$$(-6,598) \div (-27) =$$

$$(-894) \div (+342) =$$

$$(+895) \div (-347) =$$

4 Ubique los siguientes puntos en el plano cartesiano.

- A) (5, 6)
- B) (8, -4)
- C) (-3, 7)
- D) (6, -5)
- E) (4, -15)
- F) (-7, 8)
- G) (-9, -9)
- H) (0, 0)
- I) (-12, 0)
- J) (2, 2)



- 5 Un barco se encontraba en el punto $(0, 0)$ y avanzó 7 kilómetros a la derecha y 9 kilómetros hacia el Norte. ¿En qué punto se encuentra?
-

- 6 Escriba como potencias las siguientes multiplicaciones.

A) $(6) (6) (6) =$

B) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 =$

C) $(-3) (-3) (-3) (-3) (-3) (-3) =$

D) $(-15) (-15) (-15) (-15) =$

E) $(10) (10) (10) (10) (10) (10) =$

F) $(-100) (-100) (-100) (-100) (-100) =$

- 7 Escriba las siguientes potencias como multiplicaciones, usando puntos o paréntesis. Calcule los resultados.

A) $8^7 =$

B) $5^6 =$

C) $7^4 =$

D) $9^3 =$

E) $7^8 =$

- 8 ¿Es igual 8^7 que 7^8 ? _____ ¿Por qué? _____
-
-
-

- 9 Realice las siguientes operaciones.

A) $9 + 3 + (38 \times 5) \div 15 - 3^2 =$

B) $(-15)^2 + 7^3 - 5(33 + 35) =$

- 10** Escriba con números decimales la medida del metro en relación con el ecuador, teniendo en cuenta que el metro es 1×10^{-7} veces la distancia del polo al ecuador.

- 11** ¿Cómo le haría para medir **8** kilogramos de masa en una balanza, si solo tiene una pesa de **10** kilogramos y otra de **2** kilogramos?

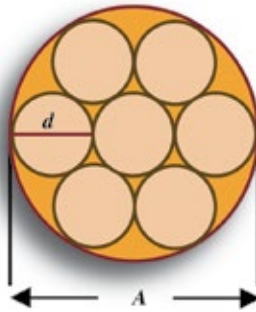
- 12** Plantee una ecuación que represente la siguiente situación: “La cuarta parte de un número menos **12** es igual a **88**”.

- 13** Ernestina cobró **\$138.00** de un par de zapatos y le dieron **1** billete de **\$500.00**. El cliente le ofreció **\$38.00** y ella aceptó, ¿cuánto debe dar de cambio?

A) Plantee una ecuación que represente la cantidad de dinero que está recibiendo Ernestina y lo que debe dar de cambio.

B) Resuelva la ecuación y verifique su respuesta.

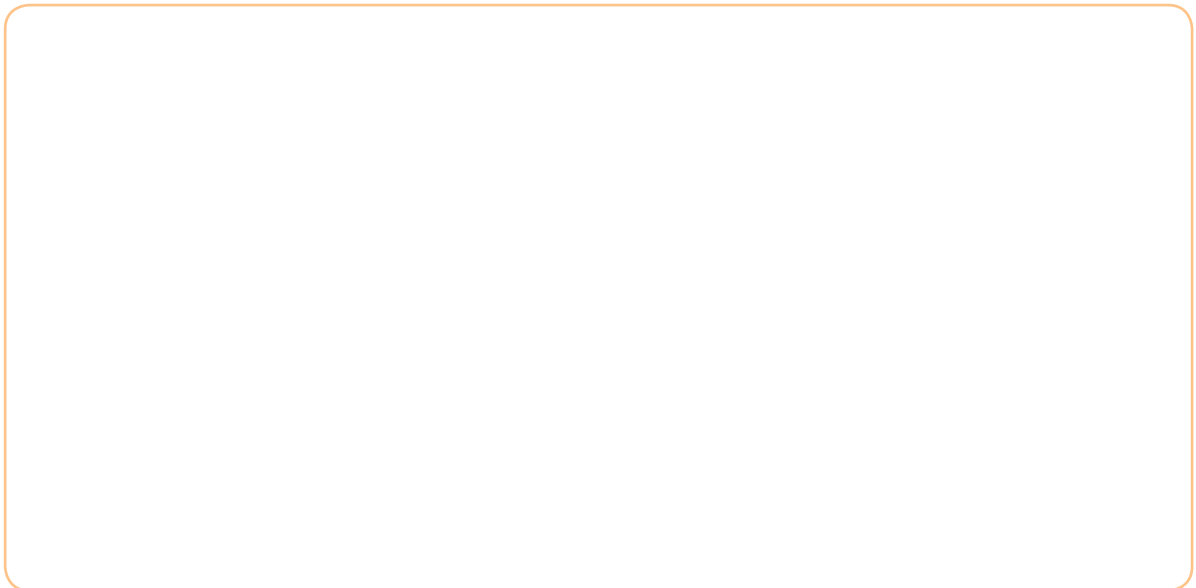
14 Analice la siguiente situación y conteste las preguntas que se le hacen.



- A) ¿Cuánto mide el diámetro del círculo mayor? _____
- B) ¿Qué representa d en el dibujo? _____
- C) Plantee una ecuación que represente la relación entre los datos y permita calcular el valor de d . _____
- D) ¿Cuánto mide d ? _____

15 Un terreno rectangular es 5 veces más largo que ancho y tiene un perímetro de 60 m. ¿Cuáles son sus medidas?

- A) Haga un dibujo de un rectángulo que sea 5 veces más largo que ancho.



B) Plantee la ecuación y resuélvala.

C) ¿Cuáles son las medidas del terreno? _____

16 La milpa de Genaro produce **8** toneladas de maíz, **3** toneladas menos que la mitad de lo que producía hace **10** años. ¿Cuántas toneladas de maíz producía hace **10** años?

A) ¿Cuál es la incógnita? _____

B) Elija una letra para representarla. _____

C) Plantee la ecuación y resuélvala. _____

D) ¿Cuántas toneladas de maíz producía la milpa hace 10 años? _____

17 Resuelva las siguientes ecuaciones.

A) $65 + x = 456$

B) $234 - y = 123$

C) $98c = 196$

D) $45d + d = 414$

E) $9m - 3m = 6,468$

F) $45x + 3 = 408$

G) $298x - 67 = -2,970$

H) $\frac{x}{4} + 16 = 27$

I) $\frac{l}{34} - 12 = -68$

J) $\frac{n}{-4} - 45 = -456$

18 Analice los datos de la siguiente tabla.

x	0	1	2	3	4
y	10	13	16	19	22

A) Cuando x aumenta 1, ¿cuánto aumenta y ? _____

B) ¿Cuál es la expresión algebraica que representa la relación de la tabla?

C) Construya la gráfica en su cuaderno.

19 En el aeropuerto los taxis cobran \$65.00 por servicio más \$35.00 por cada kilómetro recorrido. ¿Cuánto cobran por un viaje?

- A) Utilice la x para representar la cantidad de kilómetros de distancia en un viaje y la y para representar el precio total del viaje; escriba la ecuación que representa la relación entre las dos variables.
- B) Con base en la información anterior complete la siguiente tabla.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y	100	135													

- 20** En la siguiente tabla asigne valores a x , y considerando la ecuación $y = 6x + 45$, calcule los valores de y correspondientes.

x							
y							

- A) Elabore una gráfica con los datos obtenidos.

21 Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones usando el método de sustitución. Compruebe sus resultados.

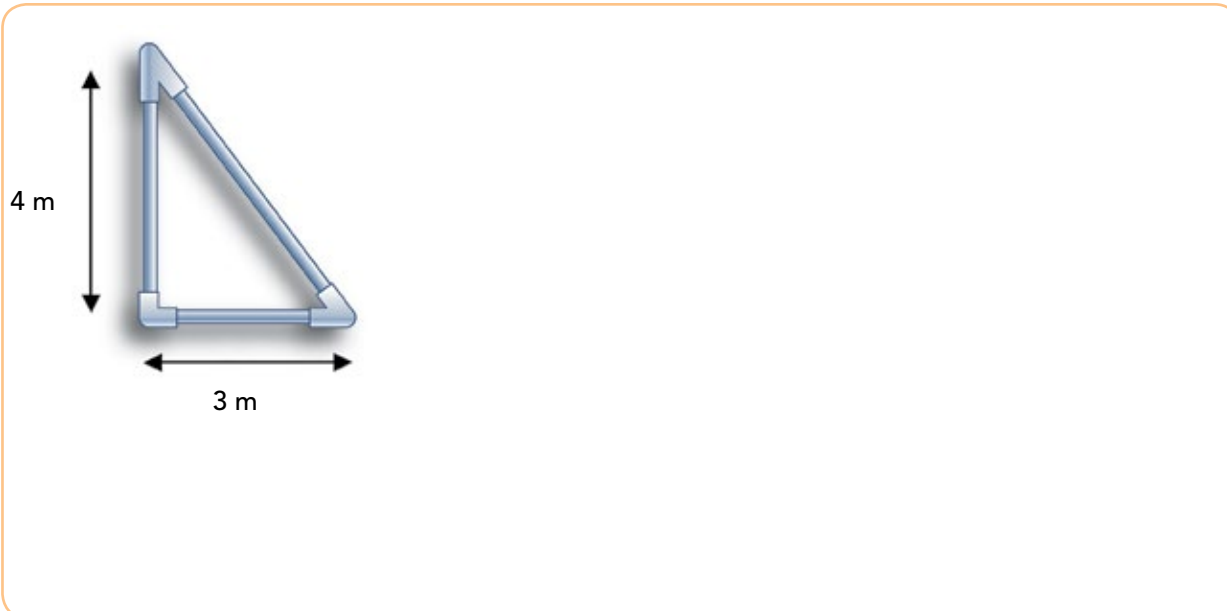
A)
$$y = x - 1$$
$$6x - 7y = 1$$

B)
$$x + 5y = -38$$
$$2x + 13y = 100$$

22 Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones graficando.

$$10m + 4z = 122$$
$$6m + 8z = 118$$

23 ¿Cuántos metros de tubo se requiere para hacer una pieza como la siguiente?



24 Suma los siguientes polinomios.

A) $(5n + 8m) + (2n - 2m) =$

B) $(12b^2 - 10x^3 - 8y^2) + (3b^2 + x^3 - 6x) =$

C) $(ab^2 + 11x^3y) + (9ab^2 - 3x) =$

D) $(2xy^2 + 5x^3y) + (5xy^2 + x) =$

E) $(3m^3n + 5m) + (6m + 7m^3n - n) =$

25 Reste los polinomios siguientes.

A) $(7y + 3x) - (2y - 4x) =$

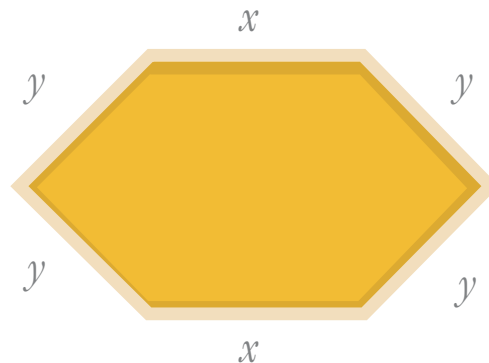
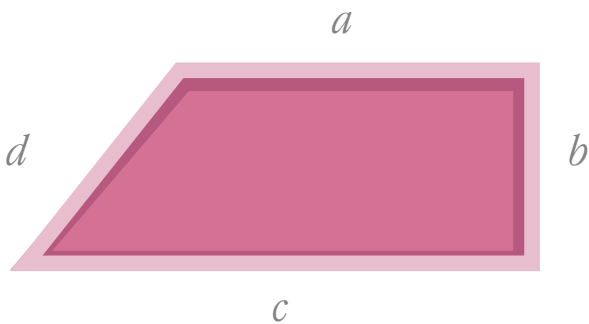
B) $(12b^2 + 2x^3 - 6x) - (2b^2 - 3x^3 + 8x) =$

C) $(5xy^2 - 12x^2y) - (9xy^2 + 2x) =$

D) $(61mn^3 - 12xy) - (24mn^3 + x) =$

E) $(26yz^2 - 8p) - (4m - 8yz^2 + 6m) =$

26 ¿Cuál es el perímetro de las siguientes figuras?



27 Reduzca los siguientes polinomios.

A) $9n^5 + 9x^3 - 6n^5 - x^3 =$

B) $8h^2 + 5h + 4h^2 - x =$

C) $-8cb^2 - 7cb^2 + 9cb^2 + c =$

28 Multiplique los siguientes monomios.

A) $(5c)(3c) =$

B) $(x)(9y) =$

C) $(4h^2)(2h) =$

D) $(3x^2)(x^2y) =$

E) $(5x)(7xy^2) =$

29 Realice las siguientes multiplicaciones. Puede reescribirlas de otra manera si es necesario.

A) $(7b + 8a^2)(6b - 8a^2) =$



B) $(2b^2 + 3c)(6b^2 + 2c) =$





R

espuestas a las actividades



y autoevaluaciones

Compare sus respuestas.

UNIDAD 1, Actividad 1

1

- A) Cuernavaca, la más alta, y Chihuahua, la más baja
- B) San Luis Potosí
- C) Ciudad de México y Cuernavaca
- D) Que hace mucho frío.
- E) $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$

2

- A) $+3\text{ }^{\circ}\text{C}$
- B) $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$
- C) $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$
- D) $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$
- E) $+2\text{ }^{\circ}\text{C}$
- F) $+36\text{ }^{\circ}\text{C}$

3

Arriba de cero. Porque tiene signo positivo.

4

Por abajo.

5

100, +40, 19, 16, 7, 3, 2, 0, -1, -2, -8, -16

6

$+100\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. El cero no es negativo ni positivo.

7

- A) La cantidad de dinero que una persona gasta al día y su comparación con lo que supuestamente debía ser la norma. Esta información viene agrupada de acuerdo con la cantidad de dinero que gastan.
- B) El grupo 7.
El grupo 1.
- E) -35.61 , -21.95 , -11.18 , -0.88 . El signo negativo ($-$) representa que las personas no contaron con la cantidad de dinero que propone la norma, y por lo tanto gastan menos de lo supuesto.
- F) En la columna de “Ingreso por persona al día”, representan las cantidades reales que gasta una persona al día en alimentos; en la columna “Déficit o superávit...”, representa la cantidad de dinero que gasta una persona al día en alimentos, además de lo supuesto por la norma.
- G) **\$11.18**

8

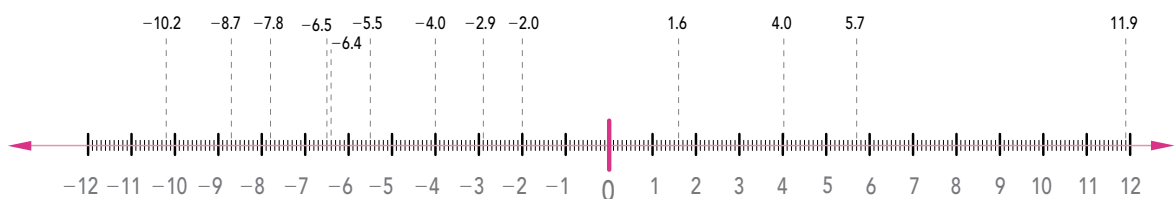
\$13.79

- A) Signo negativo. $-\$13.79$

9

-10.2 , -8.7 , -7.8 , -6.5 , -6.4 , -5.5 , -4.0 , -2.9 , -2.0 , 1.6 , 4.0 , 5.7 , 11.9

- A)



- B) $-4y + 4$

10

Nada de dinero

11

$-6.4 < 11.9$

$-4.0 < -2.0$

$-8.7 < 1.6$

$-10.2 < -6.5$

$-7.8 < 5.7$

$-2.9 > -5.5$

$-8.7 = -8.7$

$1.6 > -6.4$

$-6.5 < -5.7$

$4.0 > -4.0$

$11.9 = 11.9$

$-4.0 = -4.0$

$11.9 > -8.7$

$-5.5 < -2.0$

$-10.2 < 5.7$

UNIDAD 1, Actividad 2

1

- A) Cero metros
- B) 5,000 m
- C) 19.5 °C
- D) 19.5 °C
- E) 2 °C. Bajando

2

- A) +\$14.00
- B) -\$2.00. Porque bajó el precio del carrete de hilo.
- C) \$20.00
- D) Porque no hubo cambio.
- E) \$25.00
- F) Subir. Porque en general subieron los materiales.

3

- A) $(+9) + (-5) = +4$ B) $(+12) + (8) = +20$
 C) $(-3) + (+9) = +6$ D) $(-16) + (-35) = -51$
 E) $(+42) + (-18) = +24$ F) $(-54) + (-89) = -143$
 G) $(+91) + (-15) = +76$ H) $(-74) + (348) = +274$
 I) $(-743) + (+66) = -677$

4

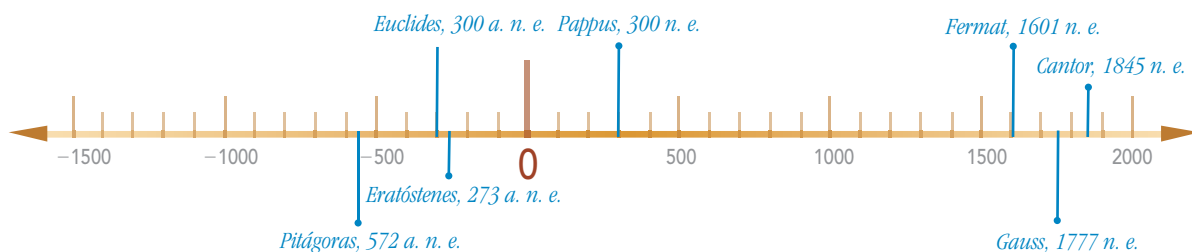
- A) Salario días laborados, 7^o día, premio de asistencia, premio de puntualidad, despensa en efectivo
 B) **\$8,370.00**
 C) Por 4 conceptos
 D) **-\$3,106.60**
 E) **\$5,263.40**

5

33 °C

6

A)



- B) **-572, -300, -273, +300, +1601, +1777, +1845**

- C) Fermat, **416**; Gauss, **240**; Pitágoras, **2,569**; Eratóstenes, **2,290**; Pappus, **1,717**;
Cantor, **172**; Euclides, **2,317**

7

- A) **6, 6**
B) **12, 12**
C) **Sí**

8

- A) $(+19) - (-8) = 27$ B) $(-17) - (+8) = -25$
C) $(-39) - (+9) = -48$ D) $(-61) - (-35) = -26$
E) $(+42) - (-18) = 60$ F) $(-50) - (-89) = +39$
G) $(+96) - (+25) = +71$ H) $(-47) - (34) = -81$
I) $(-743) - (+66) = -809$

UNIDAD 1, Actividad 3

1

- A) Antes de cero
B) Después de cero. Porque ocurrirá en el futuro.
C) **-3 y +8**
D)



- E) **+\$100.00 y -\$100.00**

- F) $(100) \times (6) = 600$. Ahorrará \$600.00
 G) $(-100) \times (6) = 600$, debe: $-\$600.00$
 H) $100 \times (-6) = 600$. Tenía $-\$600.00$ pesos
 I) $(-100) \times (-6) = 600$. Tenía $+\$600.00$ pesos

2

- A) \$44.65
 B) \$54.32
 C) \$9.67
 D) $-\$5.28$
 E) $-\$44.72$
 F) 5 integrantes
 G) 6 integrantes
 H) $-\$0.88$. Al grupo 4
 I) $+\$115.89$
 J) 7 integrantes

3

- A) + (positivo)
 B) - (negativo)

4

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| A) $(+9) \times (+8) = 72$ | B) $(+5) \times (-8) = -40$ |
| C) $(-9) \times (11) = -99$ | D) $(-10) \times (+30) = -300$ |
| E) $(+15) \times (+4) = +60$ | F) $(+7) \times (-10) = -70$ |
| G) $(+6) \times (-12) = -72$ | H) $(+34) \times (-4) = -136$ |
| I) $(-14) \times (6) = -84$ | J) $(-60) \times (+30) = -1800$ |
| K) $(-41) \times (-5) = +205$ | L) $(+20) \times (-21) = -420$ |

M) $(+45) \div (-5) = -9$

N) $(-60) \div (+3) = -20$

O) $(+60) \div (-12) = -5$

P) $(+100) \div (+25) = +4$

Q) $(+200) \div (-25) = -8$

R) $(-90) \div (-30) = +3$

S) $(-300) \div (-15) = +20$

T) $(-70) \div (+35) = -2$

U) $(+120) \div (-60) = -2$

V) $(+525) \div (-5) = -105$

W) $(-180) \div (-3) = +60$

X) $(-160) \div (-20) = +8$

5

A) $-\$69,557.16$

B) $-\$1,148.64$

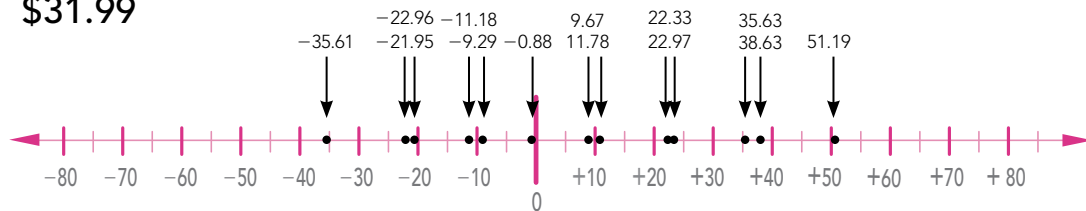
C) $+\$21,030.00$

Autoevaluación Unidad 1

1

A) $\$31.99$

B)



C) $11.9 > -6.5 - 7.8 < +5.7$

$-6.5 < -6.4 \quad -7.2 < -5.5$

$-0.8 < +1.6 - 5.5 < +5.7$

D) El medio urbano

E) $-\$31.24$

F) Persona del medio urbano

G) $+\$114.85$

H) 6 integrantes

2

$$(+234) + (+897) = 1\,131$$

$$(-895) + (+3,456) = 2,561$$

$$(+784) - (+578) = 206$$

$$(-324) - (-1,235) = 911$$

$$(+379) \times (+832) = 315,328$$

$$(-735) \times (+196) = -144,060$$

$$(+894) \div (+222) = 4.027$$

$$(-467) \div (+106) = -4.405$$

$$(+456) + (-983) = -527$$

$$(-789) + (-8,346) = -9,135$$

$$(-984) - (+456) = -1,440$$

$$(+429) - (-342) = 771$$

$$(-956) \times (-123) = 117,588$$

$$(+919) \times (-548) = -503,612$$

$$(-934) \div (-24) = 38.916$$

$$(+1,025) \div (-125) = -8.2$$

UNIDAD 2, Actividad 4

1

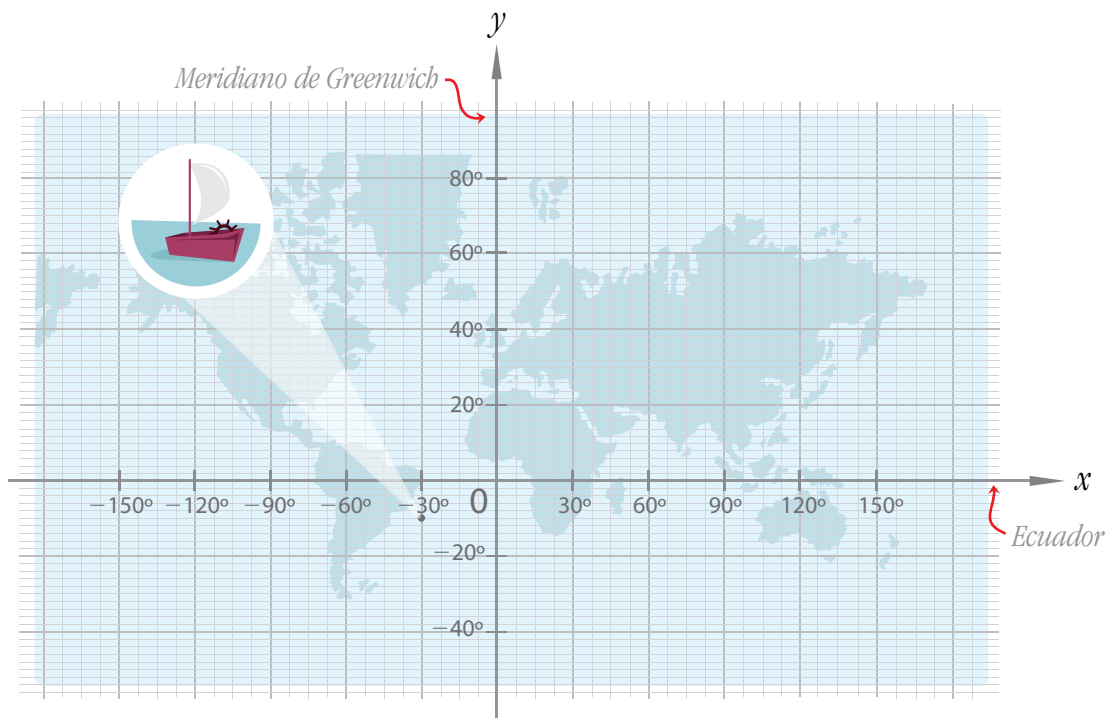
- A) Porque es donde se cruzan el meridiano principal con el ecuador.
- B) Porque está 75° a la derecha del meridiano principal y 20° abajo del ecuador.
- C) Porque está 135° a la izquierda del meridiano principal y 10° arriba del ecuador.
- D) Porque está 30° a la izquierda del meridiano principal y 40° abajo del ecuador.
- E)

Punto	Longitud	Latitud
<i>B</i>	60°	0°
<i>D</i>	90°	40°
<i>F</i>	-45°	20°
<i>J</i>	90°	80°

F)

Longitud	Latitud	Punto
45°	-40°	<i>M</i>
-150°	30°	<i>K</i>
-45°	70°	<i>L</i>
0°	60°	<i>C</i>
-60°	-50°	<i>I</i>

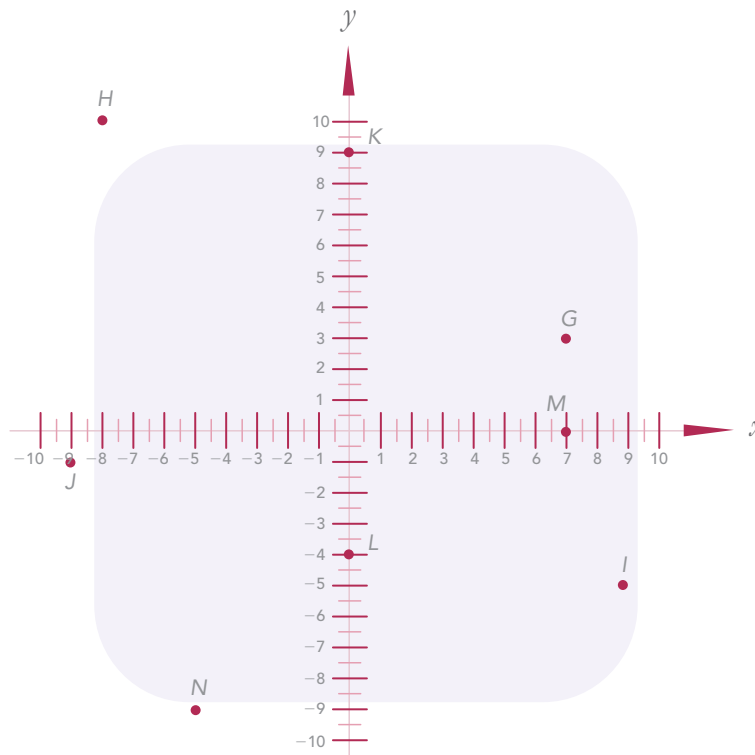
G)



2

- A) (4, 8)
- B) (7, 0)
- C) (6, -8)
- D) (-5, 6)
- E) (-4, -8)
- F) (-3, 2)

3



4

- A) Cuadrante IV
- B) Cuadrante III
- D) En ninguno, se encuentra sobre el eje y .

UNIDAD 2, Actividad 5

1

- A) La cantidad se va quintuplicando en cada escalón.
- B) 1, 5 y 25
- C) 125 y 625
- D) 1,95,125. Calculando el valor de 5^9
- E) 2,441,406
- F) No

- G) Es un fraude, porque usted da dinero y no hay garantía de que se lo regresen. Por ejemplo, en el caso del problema anterior, don Eusebio tenía que dar **\$1,000.00**, más **\$5,000.00** de las personas que él invitara son **\$6,000**, y a él le prometieron **\$5,000.00** solo si ingresaban **5** personas más.

2

A)

Número de día	"La barata"	"El comercio"
1	\$100	\$1
2	\$100	\$2
3	\$100	\$4
4	\$100	\$8
5	\$100	\$16
6	\$100	\$32
7	\$100	\$64
8	\$100	\$128
9	\$100	\$256
10	\$100	\$512
Total	\$1,000	\$1,023

- C) Severino pagó **\$184.00** más, porque en el octavo día pagó **\$128.00** y en el noveno, **\$256.00**. Es decir, **\$28.00** y **\$156.00** más, respectivamente.

3

A) $3^3 = 27$

B) $9^4 = 6,561$

- C) $(-6)^3 = -216$
 D) $(-8)^6 = 262,144$
 E) $10^7 = 10,000,000$
 F) $2^{10} = 1,024$

4

- A) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 6,561$
 B) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 262,144$
 C) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 19,683$
 D) $9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$
 E) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 32,768$
 F) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 390,625$

5

\$1 296

7

120 minutos o 2 horas

8

- A) $A = (l) (l)$
 B) 64 cm^2
 C) 81 m^2

9

- A) $V = a^3$
 B) 216 cm^3
 C) 8 m^3

10

- A) 512 granos
- B) 524,288 granos

UNIDAD 2, Actividad 6

1

- A) 1,438.03 kilocalorías
- B) 1,711.55 kilocalorías
- D) No. En que no multiplicaron primero.
- E) 1,797.5375 kilocalorías
- F) 2,139.4375 kilocalorías

2

- A) Que primero hay que realizar las operaciones que están dentro de él.
- B) 2,458.82 kilocalorías
- C) 2,030.78. Porque hay un paréntesis que indica que primero sumo 829 al resultado de multiplicar 8.7×60 , y luego multiplico por 1.82.

3

- A) 14,114 aparatos
- B) Julio. Porque es quien aplica la jerarquía de las operaciones.
- C) 1 con *d*)
2 con *c*)
3 con *a*)
4 con *b*)

4

A) 1,293 litros de agua

$$\begin{aligned}
 \text{B) } 3 \times 140 + 3(7 \times 3) + 3 \times 210 + 3(10 \times 6) &= 3 \times 140 + 3(21) + 3 \times 210 + 3(60) \\
 &= 420 + 63 + 630 + 180 \\
 &= 1,293
 \end{aligned}$$

C) 2,346 litros de agua

$$\begin{aligned}
 \text{D) } 9 \times 50 + 2(200) + 5(210) + 9(2 \times 7) + 5(10 \times 4) + 4(10 \times 3) \\
 &= 9 \times 50 + 2(200) + 5(210) + 9(14) + 5(40) + 4(30) \\
 &= 450 + 400 + 1,050 + 126 + 200 + 120 \\
 &= 2,346
 \end{aligned}$$

5

A) 18.444

B) 178

C) 1,204

D) 10,225

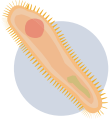

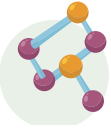

UNIDAD 2, Actividad 7

1

- A) Los que tienen una potencia de **10** negativa. Porque el exponente tiene un signo “menos”.
- B) 7.5×10^{-6} mm. Porque la potencia negativa es mayor.
- C) Los que tienen potencia positiva. No tienen signo, lo que significa que es positiva.
- D) 1.8×10^9 . Porque la potencia tiene el exponente mayor.

2

A)

Medidas de las células		
Tipo de organismo microscópico	Notación científica	Notación decimal
	1×10^{-7} cm	0.0000001 cm
	1×10^{-5} cm	0.00001 cm
	2×10^{-5} cm	0.00002 cm
	1×10^{-6} cm	0.000001 cm

Fuente de fotos: <http://www.botanica.cnba.uba.ar/Pakete/Dibulgeneral/>, consulta realizada el 11 de abril de 2017, a las 18:32.

3

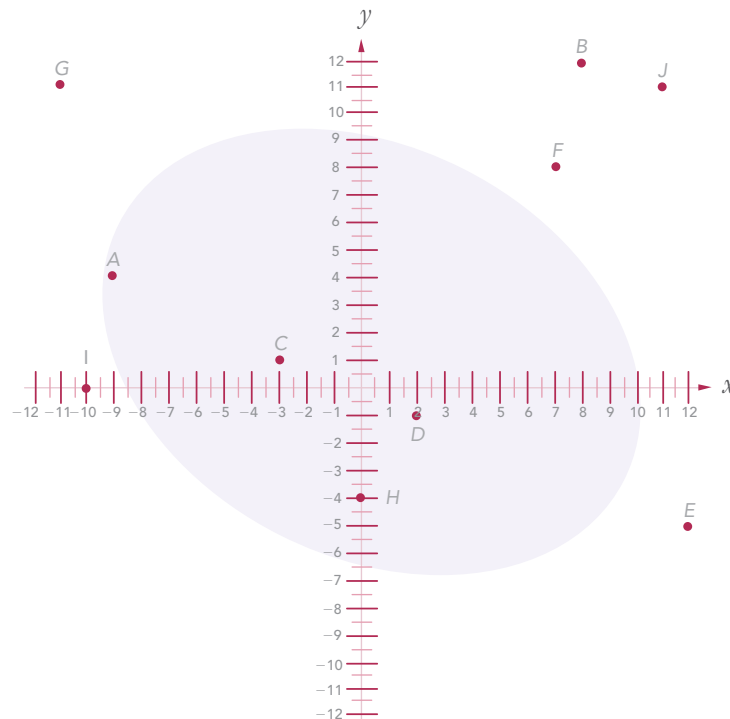
2 pastillas

4

- A) 600,000,000
- B) 85,000,000
- C) 5,620,000
- D) 9,790,000,000
- E) 0.007
- F) 0.000089
- G) 0.00000059

Autoevaluación Unidad 2

1



2

(8, 6)

3

(9, 0)

4

(-4, 2)

5

A) 4^4

B) 5^5

- C) $-6^3 \circ (-6)^3$
 D) $11^4 \circ (-11)^4$
 E) 12^6
 F) $-20^5 \circ (-20)^5$

6

- A) $(2)(2)(2)(2)(2)(2)(2)(2) = 256$
 B) $(4)(4)(4)(4)(4)(4) = 4,096$
 C) $(6)(6)(6)(6) = 1,296$
 D) $(8)(8)(8) = 512$
 E) $(3)(3)(3)(3)(3)(3)(3)(3) = 6,561$

7

No y no

8

- A) -1.837
 B) $13,787$

9

0.000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 9 g

10 6×10^{24} kg**11**

0.000 181

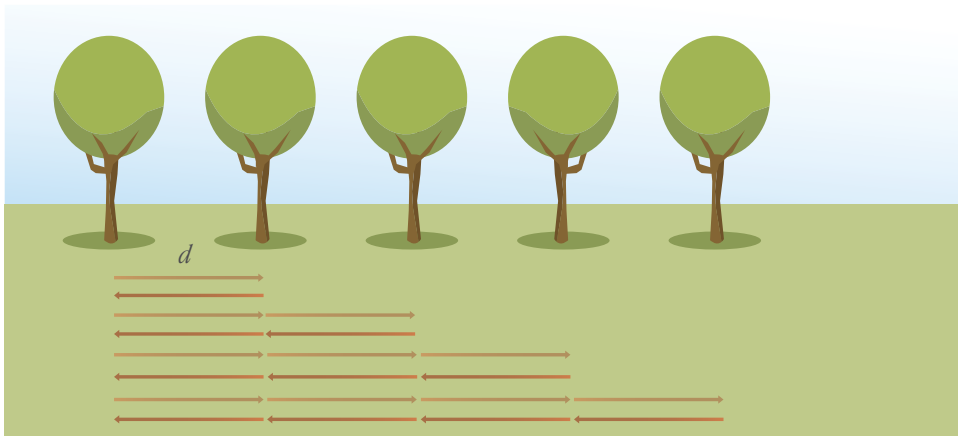
UNIDAD 3, Actividad 8

1

En el de en medio

A) Con 5 árboles y una distancia d sucede lo siguiente:

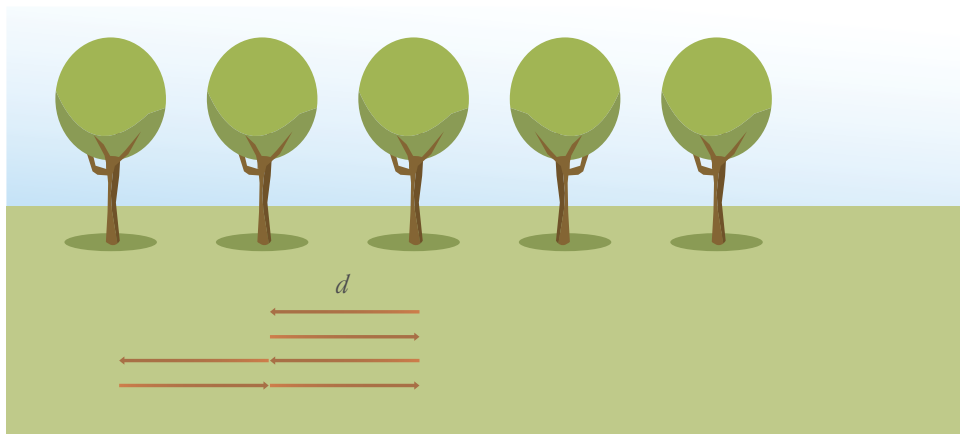
En un extremo:



Por lo que la distancia total a caminar si se pone el tinaco en un extremo sería:

$$d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d = 20d$$

Si se pone en medio:



Por lo que, si se coloca el tinaco en medio sería:

$$2(d + d + d + d + d + d) = d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d + d = 12d$$

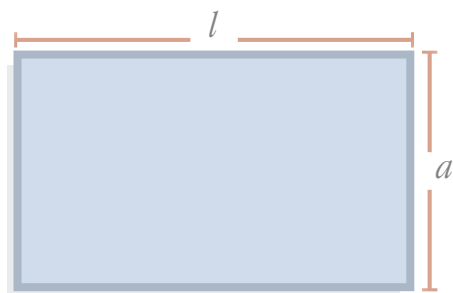
Como puede verse, si se coloca en un extremo, con solo 5 árboles don Chuy estaría caminando 20 veces la distancia entre un árbol y otro, mientras que si se coloca en medio, solo estaría caminando 12 veces dicha distancia. Por lo tanto, le conviene colocarlo en medio.

B) En medio del árbol 18 y el árbol 19

2

A) *Dibujo personal*

B)



C) $P = 2l + 2a$. También puede escribirse como $P = 2(a + l)$

3

A) $b = 3l$

B) $l + l + l + l + l + l + a + a$; también como $6l + 2a$, o como $2b + 2a$

4

$55b$

5

$p = 250d$, donde p es el importe y d es el valor de un dólar en el momento.

6

$$m + m + m + m + m + m + m + m = 8m$$

7

La medida de la altura de ocho escalones

A) $u + u + u + u + u + u + u + u$

8

A) $l + l + l = 3l$

B) $m + m = 2m$

C) $l + l + l + m + m = 3l + 2m$

9

A) $5b$

B) $6d$

C) $8l$

D) $4b$

E) $5h$

F) $l + 3b$

G) $3b + l$

H) $8m + 3b$

10

A) 20 m

B) 40 m

C) 6 m

11

A) \$27.00

B) \$45.00

12

- A) $3l + b + h$
- B) $51m$

13

- A) 72
- B) 45
- C) 310
- D) 48
- E) 20
- F) 164
- G) 128
- H) 70

14

- A) 3,478.02 kilocalorías
- B) 2,506.32 kilocalorías

UNIDAD 3, Actividad 9

1

- A) Cada 6 años. A los 18 años
- B) 2024
- C) No. Sumando de 6 en 6.
- D) Sí. Sumando de 6 en 6.
- E) Sí. Porque es 2 el residuo de dividir 6002 entre 6.
- F) Siempre es 2.
- G) Multiplicar por 6 el lugar que ocupa el término en la sucesión, y al resultado sumar 2.
- H) Sí
- I) $6x + 2$

2

- A) Lugar **10**
- B) Lugar **198**
- C) Dividir el término de la sucesión entre la diferencia de dos términos adyacentes de la sucesión; el cociente representa el lugar que ocupa el término en la sucesión.

3

- A) **16**
- B) **20**
- C)

Lugar que ocupa el término	Término de la sucesión
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
.	.
.	.
.	.
50	100

- D) Multiplicar **50** por **2**.
- E) Multiplicar por **2**.
- F) Multiplicar el lugar que ocupa un término por **2**.
- G) **$2n$**

4

- A) Aumentan de 2 en 2.
- B) Que el primer término es diferente.
- C) Porque la diferencia entre los términos de la sucesión es 2.
- D) Para encontrar el lugar que ocupa un término de la sucesión.
- E) No
- F) $2n + 1, 2n + 2, 2n + 3$

5

 $3n + 5; 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, \dots$ $4n - 2; 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, \dots$ $2n - 1; 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots$

6

- A) 31
- B) 36
- C) Porque se oprimió el signo = y el número 5 en la calculadora.
- D) Sí
- E) 1. Sí

7

- A) El lugar que ocupa el término se debe multiplicar por 5 y sumarle 2.
- B) Lugar $\times 5 + 2$
- C) $5n + 2$
- D) 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, ...
- E) El lugar 100

8

- A) Sí
- B) 1 unidad
- C) 4 unidades
- D) 9 unidades
- E) 16 unidades
- F) 25 unidades
- G) 36 unidades cuadradas. Multiplicando por sí mismo el número de unidades que tiene por lado.
- H) $A = t^2$
- I)

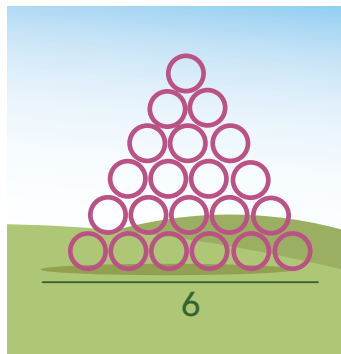
Lugar que ocupa el término de la sucesión	Término de la sucesión	Es igual a	También se puede representar como
1	1	1×1	1^2
2	4	2×2	2^2
3	9	3×3	3^2
4	16	4×4	4^2
5	25	5×5	5^2
6	36	6×6	6^2
7	49	7×7	7^2
8	64	8×8	8^2
9	81	9×9	9^2
n	n^2	$n \times n$	n^2

- J) Porque los elementos de la sucesión corresponden al cuadrado del número de posición en la sucesión.

9

A) Un aro. 1, 3, 6, 10, 15 aros, respectivamente

B)



C) 55 aros

D) Los elementos correspondientes en las sucesiones tienen el mismo número de puntos o de aros.

E) 2, 6, 12, 20

F) Sí. Multiplicando el número de punto de un lado (base) por el número de puntos del otro lado (altura).

G) Sí

H) Sí. Multiplicando el número de punto de un lado (base) por el número de puntos del otro lado (altura).

I) Sí. Porque si representamos el número de puntos de un lado con la letra n , entonces podemos representar el número de puntos del otro lado con la expresión $n + 1$, que al multiplicarse queda como $(n)(n + 1)$.

J) Dividir entre 2.

K) $\frac{n(n + 1)}{2}$

UNIDAD 3, Actividad 10

1

- A), B), C) y D) dependen de los resultados que haya obtenido en su experimento.
 E) l aumenta cuando p aumenta.
 F) $l = kp$ donde k es una constante relacionada con la elasticidad del resorte.
 G) Ley de Hooke

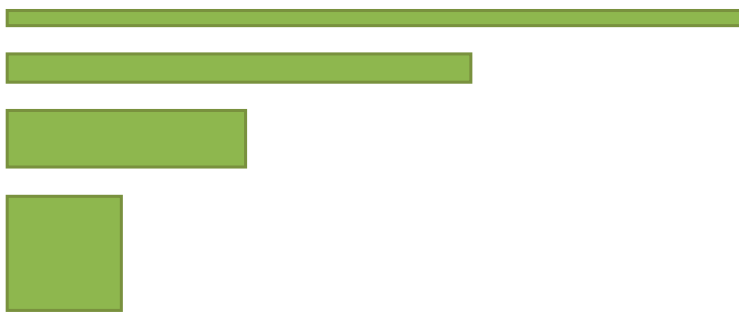
2

Un número más 15	$y + 15$
Un número menos 20	$a - 20$
El doble de un número	$2x$
El triple de un número	$3x$
El cuádruple de un número	$4x$
La suma de dos números	$x + y$
El doble de un número más 12	$2x + 12$
El triple de un número menos 4	$3m - 4$
La mitad de un número	$\frac{x}{2}$
La mitad de un número menos 7	$\frac{x}{2} - 7$
Dos terceras partes de un número	$\frac{2x}{3}$
Un número dividido entre otro	$\frac{x}{y}$
El producto de dos números	xy
El producto de dos números más 5	$xy + 5$
La mitad del producto de dos números	$\frac{xy}{2}$
5 menos un número	$5 - b$
2000 menos un número	$2000 - b$
6 más un número	$6 + b$
Un número más la mitad del mismo	$b + \frac{b}{2}$
Ocho veces un número	$8b$
Un número al cuadrado	y^2
Un número al cubo	m^3
Un número elevado al exponente 8	y^8

Usted pudo haber elegido letras diferentes a las aquí propuestas para representar las expresiones algebraicas, solo revise que las relaciones entre ellas sean correctas.

3) 200×1 ; 100×2 ; 50×4 ; 40×5 ; 25×8 ; 20×10

A)



B)

Longitud (l), en metros	200	100	50	40	20
Ancho (a), en metros	1	2	4	5	10

C) $a = \frac{200}{l}$

4

A) y B) dependen del experimento que usted realice.

C) 3.14

D) Sí

E) $P = 3.14d$

5

A), B), C), D), E), F) y G) dependen del experimento que usted realice.

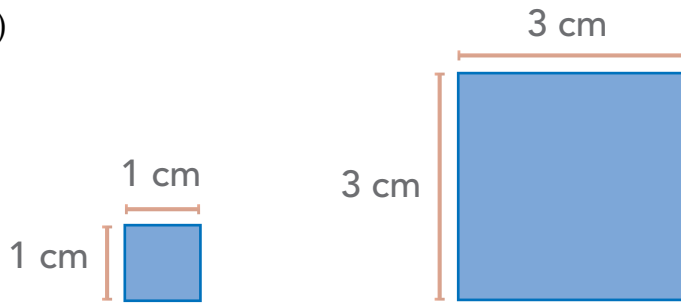
H) $d_2 = \frac{p_1 d_1}{p_2}$

6

Longitud (l), en centímetros	1	2	3	4	5	6	7	8
Área (A), en centímetros cuadrados	1	4	9	16	25	36	49	64

A) No. Se cuadruplica.

B)



C) No. Es nueve veces mayor.

D) Es **16** y **25** veces mayor

E) $A = l^2$

F)

Lado (l)	5	10	15	20	25	30	35
Área (A)	25	100	225	400	625	900	1 225
		25(2)(2)	25(3)(3)	25(4)(4)	25(5)(5)	25(6)(6)	25(7)(7)

G) Sí

H) **\$936.00**

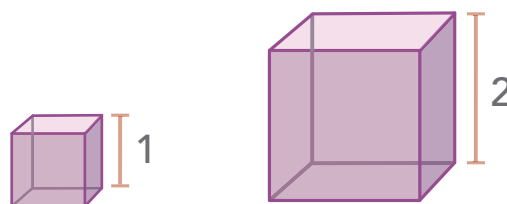
I) 3^2 o **9** veces

7

Arista (l)	1	2	3	4	5	6	7	8
Volumen (V)	1	8	27	64	125	216	343	512

A) Aumenta **8** veces.

B)



Autoevaluación Unidad 3

1

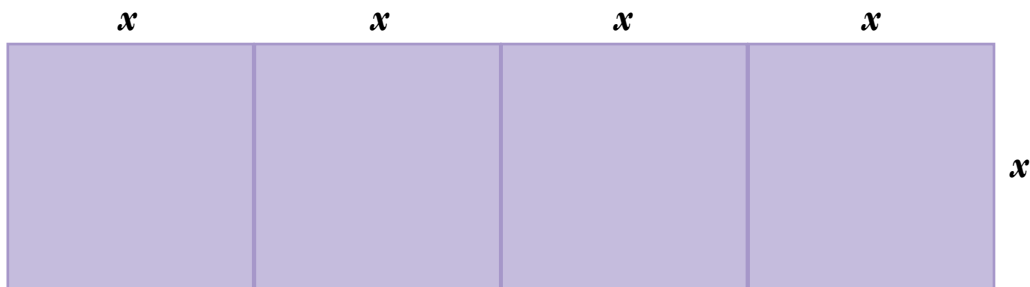
$$\frac{b}{2}$$

2

A)

B) x C) $4x$

3

A) La que usted elija. Aquí pondremos x .B) El ancho mide x , y el largo mide $4x$.C) $10x$

4

A) $4x$ B) $3x$ C) $9l$ D) $6b$

5

- A) 108 B) 150 C) 65 D) 4
 E) 191 F) 690 G) 110 H) 120

6

- A) 500
 B) $5n$
 C) Se parece en que va cambiando de 5 en 5. Y es diferente en que cada elemento de esta sucesión se puede encontrar sumando 1 a cada elemento de la sucesión anterior.
 D) $5n + 1$

7

5, 9, 13, 17, 21, 25, 29,...

8

- A) 24, 29
 B) 15, 21
 C) 116, 113
 D) 11, 22

9

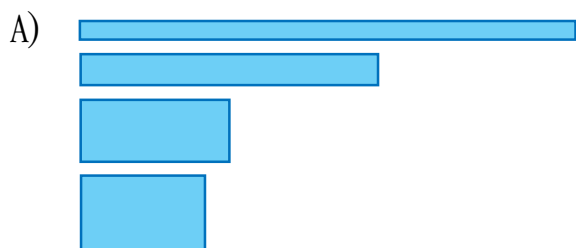
- A) \$300.00
 B) \$300.00

C)

Número de sillas (x)	2	4	6	8	10
Precio total (y), mesa con sillas	\$1,100	\$1,400	\$1,700	\$2,000	\$2,300

- D) $y = 150x + 800$

10 $240 \times 1, 120 \times 2, 80 \times 3, 60 \times 4, 48 \times 5, 40 \times 6, 30 \times 8, 24 \times 10, 20 \times 12, 16 \times 15$



B)

Largo (l), en metros	240	120	80	60	40	30	24	20
Ancho (a), en metros	1	2	3	4	6	8	10	12

C) $a = \frac{240}{l}$

UNIDAD 4, Actividad 11

1

Poner la pesa de 2 kg junto con el frijol, y la de 5 kg del otro lado: $2 + 3 = 5$.

A) Sí. Porque es la señal que nos permite saber si el peso del objeto o producto que está en el platillo de la izquierda es igual al peso del objeto o producto que está en el platillo de la derecha.

B) *La respuesta depende de cada persona.*

2

A) 5 kilogramos

B) Cuando está en equilibrio.

C) No. Porque ahora sobre el platillo izquierdo hay un peso de 0 kg, y sobre el platillo derecho hay un peso de 5 kg.

D) No. Porque ahora sobre el platillo de la izquierda hay un peso total de 5.5 kg y sobre el platillo de la derecha hay un peso de 5.0 kg; la balanza no está en equilibrio.

3

A) 1.5 kilogramos

B) Sumé $0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg} + 5 \text{ kg} = x + 5 \text{ kg}$
y encontré que $x = 1.5 \text{ kg}$

4

Paso 1: Quitar las pesas de 0.5 kg, una del platillo izquierdo y otra del platillo derecho.

Paso 2: Quitar una pesa de 1 kg del platillo izquierdo y la de 1 kg del platillo derecho.

Paso 3: Quitar una pesa de 5 kg del platillo izquierdo y la de 5 kg del platillo derecho.

Peso de la esfera verde: 6 kg

5

Óscar gana \$880.00.

6

A) $p = 4l$

B) El perímetro del parque mide 24 m

7

Pone en funcionamiento los dos relojes al mismo tiempo. Cuando termina el reloj de 3 minutos, lo vuelve a poner en funcionamiento; cuando termina el reloj de 3 minutos (por segunda vez), al reloj de 11 minutos le quedan 5 minutos de tiempo.

8

A) $8 + 5 = 9 + 4$

B) $45 - 5 = 9 + 31$

C) $9w + 6w = 4w + 11w$

D) $96a - 17a = 60a + 19a$

UNIDAD 4, Actividad 12

1

- A) **Cantidades conocidas:**
 Importe del cobro
 Cantidad inicial entregada por el cliente
 Cantidad adicional entregada por el cliente
- Cantidad desconocida:**
 Importe del cambio
- C) La relación entre las cantidades encontrada por usted.
 D) Sí
 E) La literal que usted haya elegido.
 F) $178 + \text{literal que eligió} = 200 + 3$
 G) $\text{Literal que eligió} = 200 + 3 - 178$

2

- A) Sí
 B) $178 + \text{literal que eligió} = 200 + 28$
 o $\text{literal que eligió} = 200 + 28 - 178$

3

A)

Cantidades conocidas	Cantidad desconocida
Líquido envasado (1.324 litros)	Líquido faltante (x)
Líquido que indica la etiqueta (1.5 litros)	

- B) La cantidad de líquido indicada en la etiqueta es igual a la cantidad envasada más la cantidad faltante del líquido.
 La cantidad faltante de líquido es igual a la cantidad indicada en la etiqueta menos la cantidad envasada.

- C) La letra que usted haya elegido.
- D) $1.324 + \text{literal que eligió} = 1.5$
- E) 0.176 litros

4

A)

Cantidades conocidas	Cantidad desconocida
Costo de los tenis sin descuento (\$217.00)	Descuento
Cantidad pagada (\$167.00)	

- B) Pago de Paty es igual al costo de tenis menos descuento.
El descuento es el costo de los tenis menos el pago de Paty.
- C) La letra que usted elija.
- D) Una puede ser $x = 217 - 167$
- E) $\$50.00$ de descuento

5

A)

Cantidades conocidas	Cantidad desconocida
Costo de la mercancía (\$286.00)	Importe del cambio
Cantidad inicial entregada (\$500.00)	
Cantidad adicional entregada (\$36.00)	

- B) Enunciados que cumplan la relación entre las cantidades descritas.
- C) La letra que usted elija.
- D) Una puede ser $286 + x = 500 + 36$
- E) $\$250.00$

6

- A) $b = -8$
- B) $m = 262$
- C) $c = 14$

UNIDAD 4, Actividad 13

1

A)

Cantidades conocidas	Cantidad desconocida
Número de miembros de la familia (5)	Cantidad de agua que malgasta un solo miembro de la familia
Cantidad de agua malgastada por la familia (580 litros)	

B) $5p = 580$

C) $5p = 580$

$$p = \frac{580}{5}$$

$$p = 116$$

D) $5(116) = 580$

$$580 = 580$$

E) 116 litros

2

A) $29x = 580$

$$29x = 580$$

$$x = \frac{580}{29}$$

$$x = 20$$

$$29(20) = 580$$

$$580 = 580$$

C) 20 litros

3

- A) El número de cubetas de **20** litros que se gastan al “barrer” la calle con la manguera.
 B) La letra que usted haya elegido. Aquí usaremos la ***m***.
 C) $20m = 105$
 E) $20m = 105$

$$m = \frac{105}{20}$$

$$m = \frac{105}{20}$$

$$m = 5.25$$

- F) **5.25** cubetas
 $20 \times 5.25 = 105$; $105 = 105$, es decir, **5.25** cubetas de agua equivalen a **105** litros.

4

A) $\frac{r}{2} = 140$

B) $\frac{r}{2} = 140$

$$2\left(\frac{r}{2}\right) = (140)(2)$$

$$r = 280$$

- C) **280** gramos de pollo

$$\frac{280}{2} = 140$$

$$140 = 140$$

5

- A) El número de litros que gasta una familia de **5** miembros en el sanitario, sin sistema ahorrador de agua.

B) La letra que usted haya elegido. Aquí usaremos la x .

$$C) \quad \frac{x}{2} = 180$$

$$E) \quad \frac{x}{2} = 180$$

$$2\left(\frac{x}{2}\right) = (180)(2)$$

$$x = 360$$

F) En condiciones normales, sin sistema ahorrador de agua, una familia de 5 miembros gasta 360 litros de agua diariamente en el sanitario.

$$\frac{360}{2} = 180$$

$$180 = 180$$

6

A) La medida del lado del patio

$$B) \quad P = 4l$$

C) Se conoce el perímetro y falta conocer la medida del lado del cuadrado.

$$D) \quad l = \frac{P}{4}$$

$$E) \quad l = \frac{32}{4}$$

$$l = 8$$

$$F) \quad 8 = \frac{32}{4}$$

$$8 = 8$$

7

A) $\frac{R}{27} = 50$

B) $\frac{R}{27} = 50$

$$R = (50)(27)$$

$$R = 1,350$$

C) 1,350 toneladas de cobre

D) $\frac{1,350}{27} = 50$

$$50 = 50$$

8

A) $2d + d = 4,500$

$$3d = 4,500$$

B) $3d = 4,500$

$$d = \frac{4,500}{3}$$

$$d = 1,500$$

C) El papá gana \$3,000.00 y el hijo, \$1,500.00.

D) $3(1,500) = 4,500$

$$4,500 = 4,500$$

9

A) $d = 5$

E) $a = 28$

B) $x = 25$

F) $m = 81$

C) $a = 11$

G) $x = 950$

D) $b = 9$

UNIDAD 4, Actividad 14

1

- A) x representa el ancho de una hilera de cajones para estacionar automóviles.
 B) La altura del estacionamiento, el ancho total y la medida de la distancia que separa las dos hileras de cajones.

C) La altura del estacionamiento

D) $2x + 3.3 = 13.76$

E) $2x + 3.3 = 13.76$

$$2x = 13.76 - 3.3$$

$$2x = 10.46$$

$$x = \frac{10.46}{2}$$

$$x = 5.23$$

$$2(5.23) + 3.3 = 13.76$$

$$10.46 + 3.3 = 13.76$$

$$13.76 = 13.76$$

F) 5.23 metros

2

- A) El sueldo semanal
 B) La letra que usted eligió. Aquí usaremos la y . Ecuación:

$$4y + 300 = 2,900$$

D) $4y + 300 = 2,900$

$$4y = 2,900 - 300$$

$$4y = 2,600$$

$$y = \frac{2,600}{4}$$

$$y = 650$$

$$4(650) + 300 = 2,900$$

$$2600 + 300 = 2,900$$

$$2,900 = 2,900$$

E) \$650.00

3

A) La cantidad de hectáreas que tenía inicialmente.

B) La que usted haya elegido. Aquí usaremos la y . Ecuación:

$$\frac{y}{2} + 1.6 = 9.6$$

D) $\frac{y}{2} + 1.6 = 9.6$

$$\frac{y}{2} = 9.6 - 1.6$$

$$\frac{y}{2} = 8$$

$$y = (8)(2)$$

$$y = 16$$

$$\frac{16}{2} + 1.6 = 9.6$$

$$8 + 1.6 = 9.6$$

$$9.6 = 9.6$$

E) 16 hectáreas

F) 6.4 hectáreas

4

A) La altura del edificio

B) $\frac{h}{5} - 1.5 = 4.1$

D) $\frac{h}{5} - 1.5 = 4.1$

$$\frac{h}{5} = 4.1 + 1.5$$

$$\frac{h}{5} = 5.6$$

$$h = (5.6)(5)$$

$$h = 28$$

Para verificar:

$$\frac{28}{5} - 1.5 = 4.1$$

$$5.6 - 1.5 = 4.1$$

$$4.1 = 4.1$$

E) 28 m de altura

5

$$4x - 60 = 700$$

$$x = 190$$

Rosita tiene \$190.00

6

$$3w + 100 + 150 = 475$$

$$w = 75$$

Cada uno de los últimos tres focos consume 75 watts.

7

$$\text{A) } \quad \quad \quad {}^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5} {}^{\circ}\text{C} + 32$$

$${}^{\circ}\text{F} - 32 = \frac{9}{5} {}^{\circ}\text{C}$$

$$5 ({}^{\circ}\text{F} - 32) = 9 {}^{\circ}\text{C}$$

$$\frac{5 ({}^{\circ}\text{F} - 32)}{9} = {}^{\circ}\text{C}$$

B) Si usted llegó a la siguiente fórmula:

$$\frac{5}{9} ({}^{\circ}\text{F} - 32) = {}^{\circ}\text{C}$$

también es correcta, pues representan lo mismo.

8

392 °F

9

73.8 °C

Autoevaluación Unidad 4

1

Paso 1: Retirar las pesas de 5 kg, una de cada platillo.

Paso 2: Retirar 2 pesas de 1 kg del platillo izquierdo y 2 pesas de 1 kg del platillo derecho.

Paso 3: Retirar 1 pesa de 0.5 kg de cada platillo de la balanza.

Paso 4: El peso de la bolsa negra esta representado por 1 pesa de 0.5 kg y 1 pesa de 1 kg, es decir, la bolsa negra pesa 1.5 kg.

2

$$\frac{x}{3} + 2 = 20$$

Usted pudo haber elegido otra letra.

3

A) $200 + 3 = 27 + 170 + x$

B) $200 + 3 = 27 + 170 + x$

$$203 = 197 + x$$

$$203 - 197 = x$$

$$6 = x$$

$$200 + 3 = 27 + 170 + 6$$

$$203 = 203$$

C) \$6.00

4

A) $x + 85 = 165$

B) $x + 85 = 165$

$$x = 165 - 85$$

$$x = 80$$

$$80 + 85 = 165$$

$$165 = 165$$

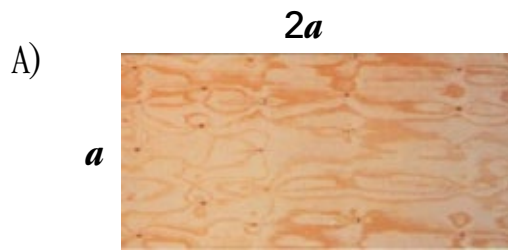
C) 80 cm

5

A) $5d = 17.5$

B) 3.5 cm

6



B) $6a = 7.32$

$$a = \frac{7.32}{6}$$

$$= 1.22$$

C) El ancho mide 1.22 m y el largo mide 2.44 m

7

A) $\frac{y}{3} = 5,000$
 $y = 5,000 (3)$
 $y = 5,000$

$$\frac{15,000}{3} = 5,000$$

$$5,000 = 5,000$$

B) 15,000 litros de agua

8

A) Los kilogramos de tabaco que producían antes.

B) La que usted haya elegido. Aquí usaremos la x .

$$C) \frac{3}{4}x - 100 = 1,500$$

$$\frac{3}{4}x = 1,500 + 100$$

$$\frac{3}{4}x = 1,600$$

$$3x = (1,600) 4$$

$$3x = (6,400)$$

$$x = \frac{6,400}{3}$$

$$x = 2,133.33$$

D) Antes producía 2,133 kilogramos de tabaco.

9

A) $x = 55$

B) $y = 150$

C) $c = 38.33$

D) $d = 7$

E) $m = 11$

F) $x = 1$

G) $x = -12.89$

H) $x = 44$

I) $m = 2,676$

J) $n = -4,725$

UNIDAD 5, Actividad 15

1

- A) En un minuto verifica **1,400** botellas; en 2 minutos , **2,800** botellas; en 3 minutos **4,200** botellas; en 4 minutos, **5,600** botellas; en 5 minutos, **7,000** botellas.
- B) Aumenta.
- C) El tiempo determinado de trabajo se multiplica por **800**.
- D) El número de botellas verificadas se divide entre **800**.
- E) **t** o la que usted haya asignado.
- F) **q** o la que usted haya asignado.
- G) **$q = 800 t$**

2

A)

	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5
Horas trabajadas	1 hora	2 horas	1:30 horas	3:25 horas	1:45 horas
Costo del servicio	\$250	\$300	\$300	\$400	\$300

- B) A los **\$200.00** por visita le sumé el costo de las horas trabajadas.
- C) A **\$400.00** se resta el costo de la visita, y el resultado se divide entre 50.
- D) **s** o la que usted haya asignado.
- F) **t** o la que usted haya asignado.
- G) **$s = 200 + 50 t$**

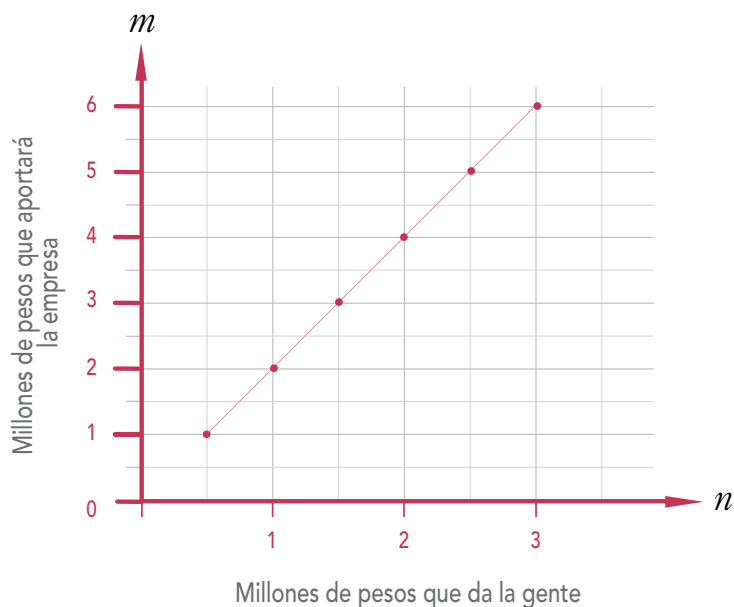
3

- A) La letra que usted haya elegido. Aquí usaremos la m .
- B) De la cantidad de dinero que aporte la gente.
- C) La letra que usted haya elegido. Aquí usaremos la n .
- D) $m = 2n$
- E)

Gente (n)	$\frac{1}{2}$ millón	1 millón	$1\frac{1}{2}$ millones	2 millones	$2\frac{1}{2}$ millones	3 millones
Empresa (m)	1 millón	2 millones	3 millones	4 millones	5 millones	6 millones

F)

Lucha contra el cáncer



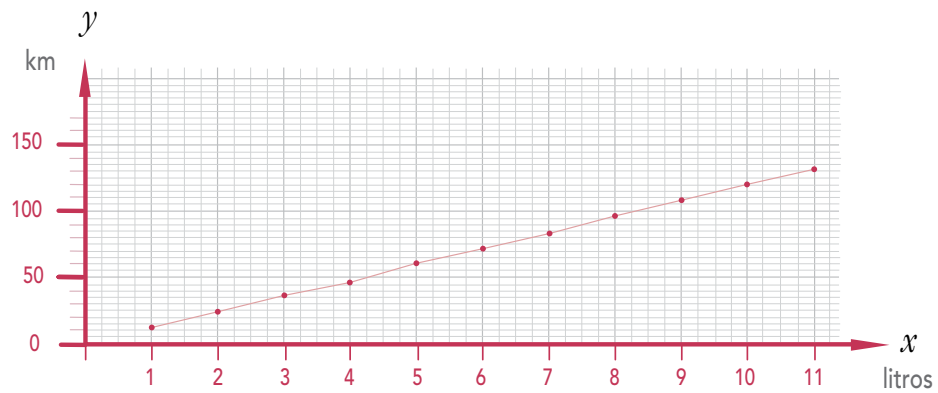
4

- A) $y = 12x$
- B)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132

C)

Rendimiento de kilómetros por litro de gasolina



5

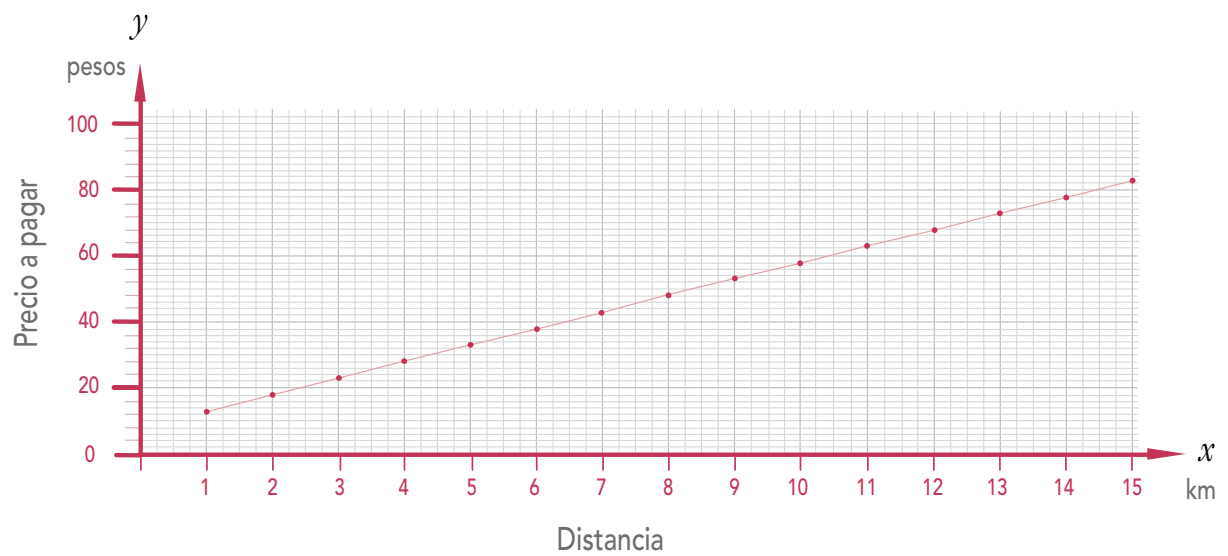
A) $y = 5x + 8$

B)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y	13	18	23	28	33	38	43	48	53	58	63	68	73	78	83

C)

Precio por viaje en taxi



UNIDAD 5, Actividad 16

1

CIBER SHOP		Sucursal Centro Artículo 123 9-B Col. Centro Deleg. Cuauhtémoc C.P. 06030 México, D.F. Tels. 5521-6324 5521-1024		FACTURA No. D 376064	
Ciber Shop S.A. de C.V.				R.F.C: CIS 830514JBA	
CLIENTE JESÚS HERRERA BLANCO CIPRÉS 18 COL. STA. CECILIA MEXICO, D.F. RFC: HEBL790317PKM				FECHA 25/01/2016	
CP: 08960					
CODIGO 7501132004	CANTIDAD 1	ARTICULO / DESCRIPCION CÁMARA SIBER SHOT TSD-C85	PRECIO UNITARIO \$ 4 850.00		
SON: CINCO MIL SEISCIENTOS VEINTISEIS PESOS 00/100 M.N.				I.V.A. \$ 776.00	
				TOTAL A PAGAR \$ 5 626.00	

- A) **\$4,850.00**
IVA: **\$776.00**
- B) Es correcto porque **\$5,599.00** es igual a **\$5,599.00**
- C)

Artículo	Precio final x	Sustitución del precio final en la ecuación $y = \frac{x}{1.16}$	Precio sin IVA y
Lp fotosmart 435	\$1,960.00	$y = \frac{1,960}{1.16}$	\$1,689.65
Lp fotosmart R707	\$6,180.00	$y = \frac{6,180}{1.16}$	\$5,327.59
Syber-shot TSD-C43	\$3,599.00	$y = \frac{3,599}{1.16}$	\$3,102.59
Proyector Lp SB-21	\$19,299.00	$y = \frac{19,299}{1.16}$	\$16,637.07
Paquete Minilab	\$6,299.00	$y = \frac{6,299}{1.16}$	\$5,430.17

Las cantidades han sido redondeadas.

2

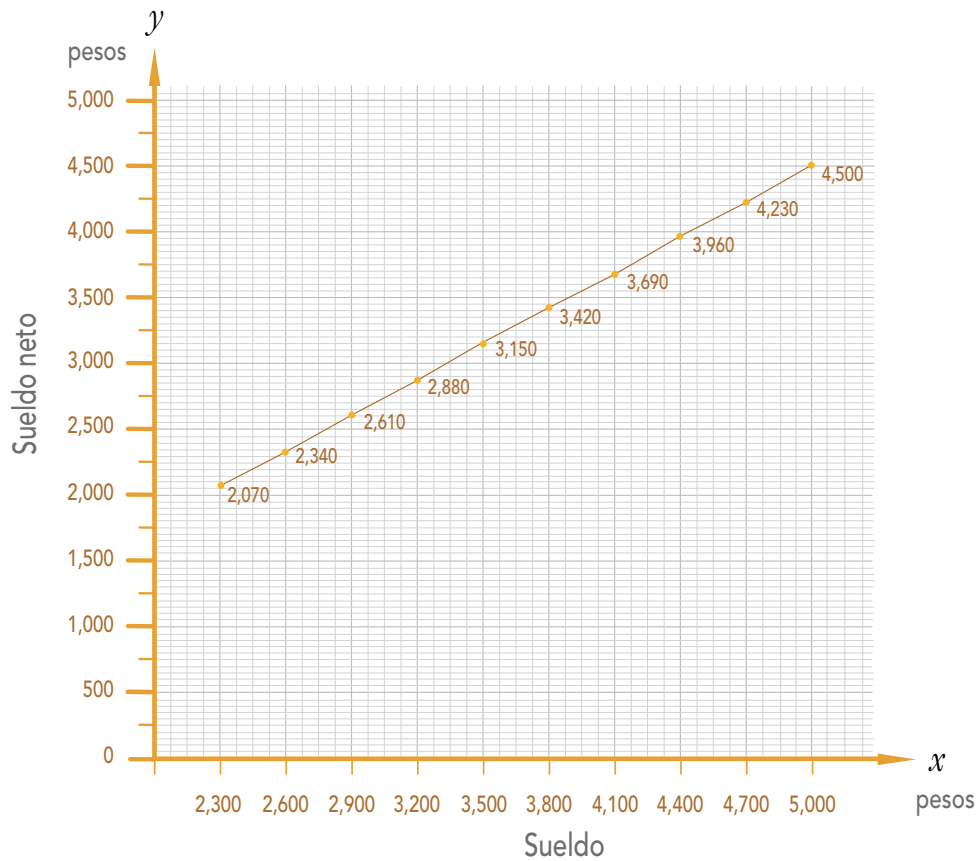
- B) Sí
- C) Gerardo
- D) Sí

3

- A) Los datos de la tabla y de la gráfica pueden variar de acuerdo a como usted los haya elegido pero, más o menos, deben quedar así.

x	y
2,300	2,070
2,600	2,340
2,900	2,610
3,200	2,880
3,500	3,150
3,800	3,420
4,100	3,690
4,400	3,960
4,700	4,230
5,000	4,500

B)

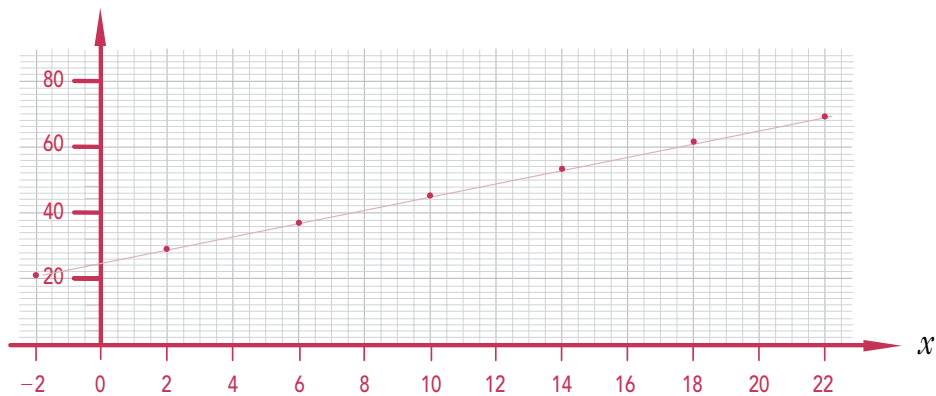


4

x	-2	2	6	10	14	18	22
y	21	29	37	45	53	61	69

A)

$$y = 2x + 25$$



Usted pudo haber asignado otros valores a x y obtener otros valores de y , pero si usted prolonga esta gráfica o la que usted hizo, podrá ver que es la misma.

UNIDAD 5, Actividad 17

1

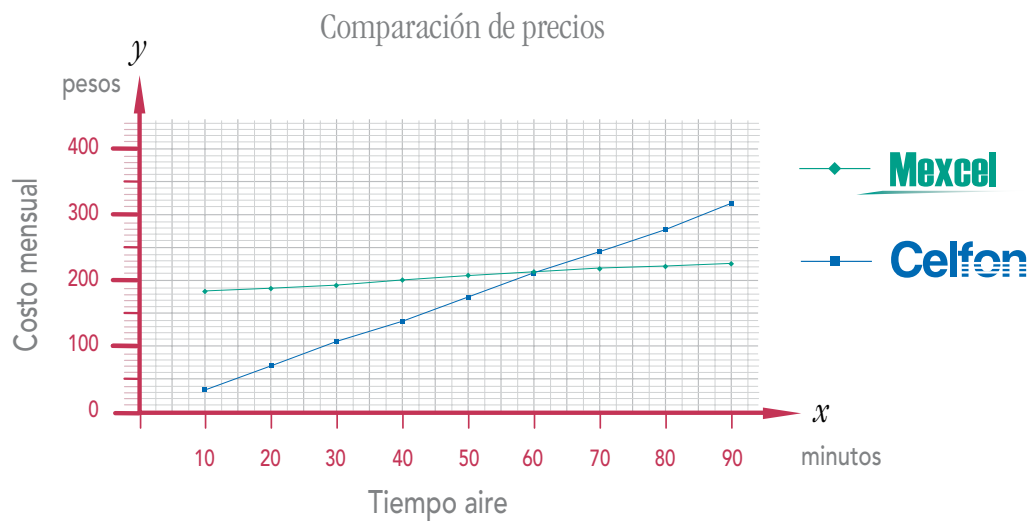
A) $y = 180 + 0.50x$

B) $y = 3.50x$

C)

Minutos	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Mexcel (\$)	185	190	195	200	205	210	215	220	225
Celfon (\$)	35	70	105	140	175	210	245	280	315

D)



E) 61 minutos

F) 60 minutos

G) Celfon

H) Mexcel, \$90.00 al mes

I) Mexcel, \$180.00 al mes

2

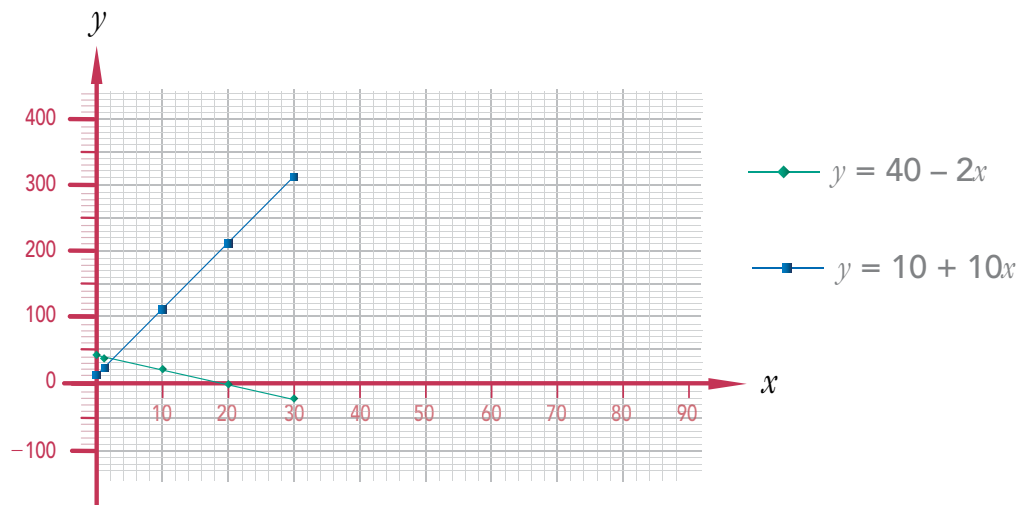
$$y = 40 - 2x \text{ y } y = 10 + 10x$$

A)

$y = 40 - 2x$	
Valores de x	Valores de y
0	40
1	38
10	20
20	0
30	-20

$y = 10 + 10x$	
Valores de x	Valores de y
0	10
1	20
10	110
20	210
30	310

B)



C) (2.5, 5)

D) $y = 40 - 2x$

$y = 40 - 2(2.5)$

$y = 40 - 5$

$y = 35$

$y = 10 + 10x$

$y = 10 + 10(2.5)$

$y = 10 + 25$

$y = 35$

3

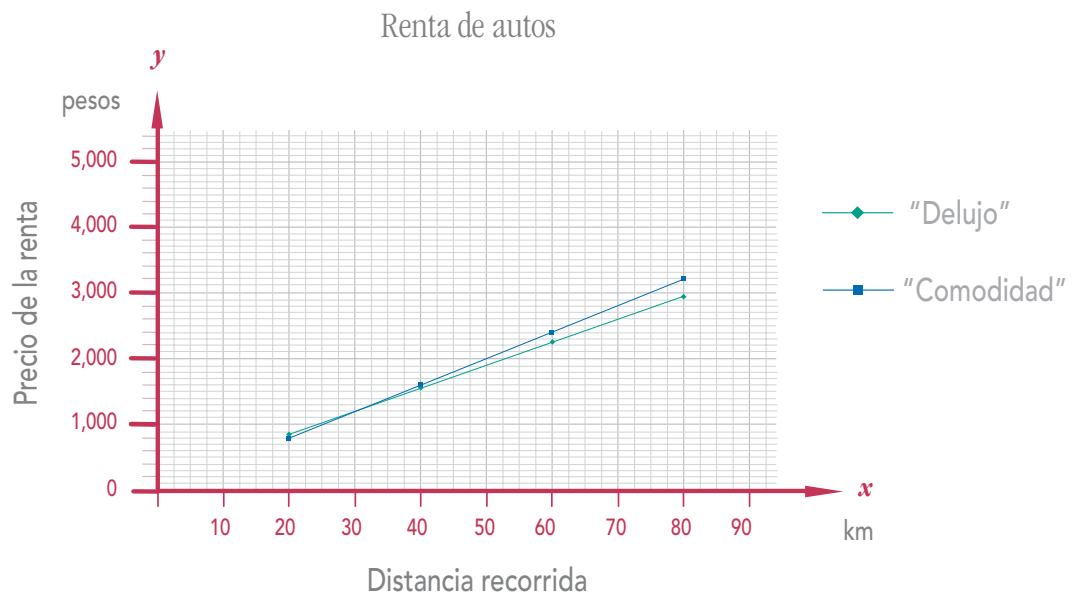
A) $y = 150 + 35x$

B) $y = 40x$

C)

Kilómetros recorridos	20	40	60	80
"Delujo" (\$)	850	1,550	2,250	2,950
"Comodidad" (\$)	800	1,600	2,400	3,200

D)



E) Arrendadora "Comodidad"

4

Son respuestas de opinión.

Autoevaluación Unidad 5

1

- A) La que usted elija. Aquí usaremos m .
- B) De la cantidad de dinero que done la gente.
- C) La que usted elija. Aquí usaremos p .
- D) $m = 3p$

E)

Gente (p)	1 millón	2 millones	3 millones	4 millones	5 millones	6 millones
Empresa (m)	3 millones	6 millones	9 millones	12 millones	15 millones	18 millones

F)



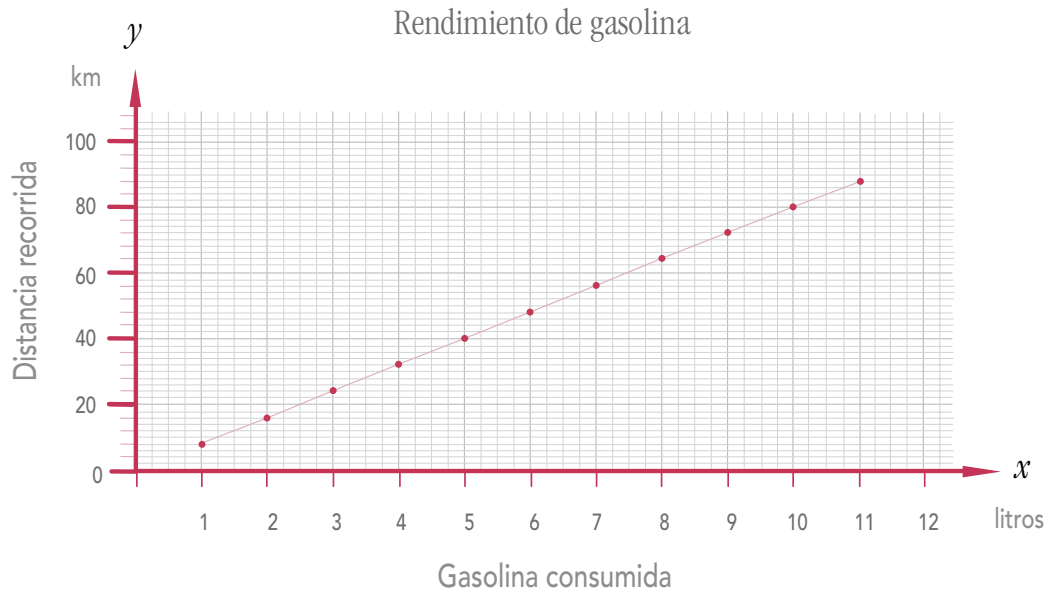
2

A) $y = 8x$

B)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88

C)

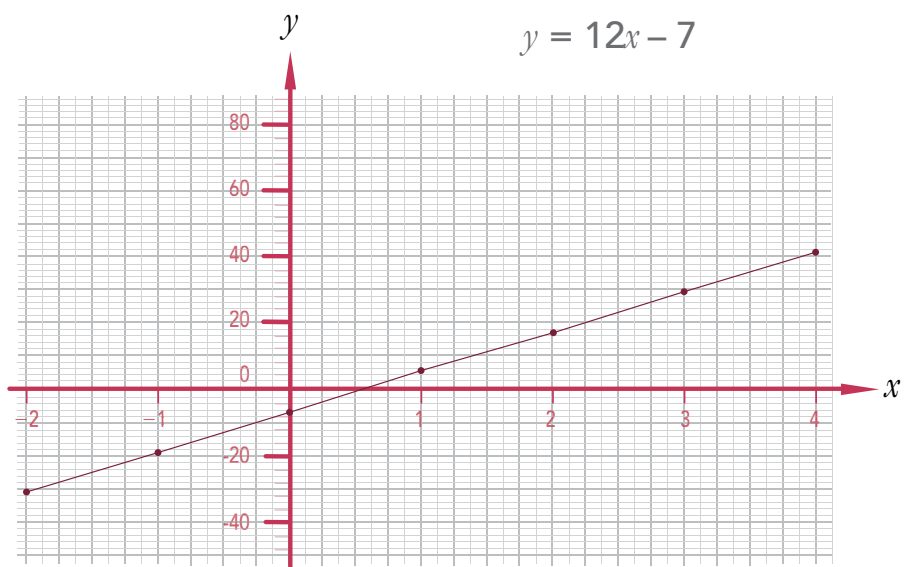


3

Aquí proponemos los siguientes datos.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-31	-19	-7	5	17	29	41

A) Elabore una gráfica con los datos obtenidos.



UNIDAD 6, Actividad 18

1

5 grandes y 7 chicos

- A) El número de tapetes chicos y el número de tapetes grandes que se vendieron.
- B) Las que usted elija, aquí elegimos m y n .
- C) $m + n = 12$
- D) $250m + 450n = 4,000$

2

- A) $a + n = 439$
- B) $65a + 35n = 18,995$
- C) $a = 439 - n$

$$65(439 - n) + 35n = 18,995$$

$$28,535 - 65n + 35n = 18,995$$

$$-30n = 18,995 - 28,535$$

$$-30n = -9,540$$

$$n = \frac{-9,540}{-30}$$

$$n = 318$$

$$a + 318 = 439$$

$$a = 439 - 318$$

$$a = 121$$

- D) 121
- E) 318

3

\$500.00 a 3% de interés anual y \$3,500 a 4%. Para plantear el sistema de ecuaciones que resuelve el problema es necesario recordar que para calcular 3% o 4% de una cantidad, esta se multiplica por 0.03 o por 0.04, respectivamente. Por lo que el sistema de ecuaciones que resuelve el problema es el siguiente:

$$x + y = 4,000$$

$$0.03x + 0.04y = 155$$

Por el método de sustitución se puede resolver de la siguiente manera:

$$x + y = 4,000$$

$$x = 4,000 - y$$

$$0.03(4,000 - y) + 0.04y = 155$$

Por la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma:

$$120 - 0.03y + 0.04y = 155$$

$$120 + 0.01y = 155$$

$$0.01y = 155 - 120$$

$$0.01y = 35$$

$$y = \frac{35}{0.01}$$

$$y = 3,500$$

Sustitución en la primera ecuación:

$$x + y = 4,000$$

$$x + 3,500 = 4,000$$

$$x = 4,000 - 3,500$$

$$x = 500$$

Verificación de respuestas:

$$3,500 + 500 = 4,000$$

$$4,000 = 4,000$$

$$3,500 (0.04) + 500 (0.03) = 155$$

$$140 + 15 = 155$$

$$155 = 155$$

4

El menor recibió \$2,850.00, y el mayor, \$3,650.00.

5

15 quesos de 1.6 kg y 12 quesos de 2.3 kg

6

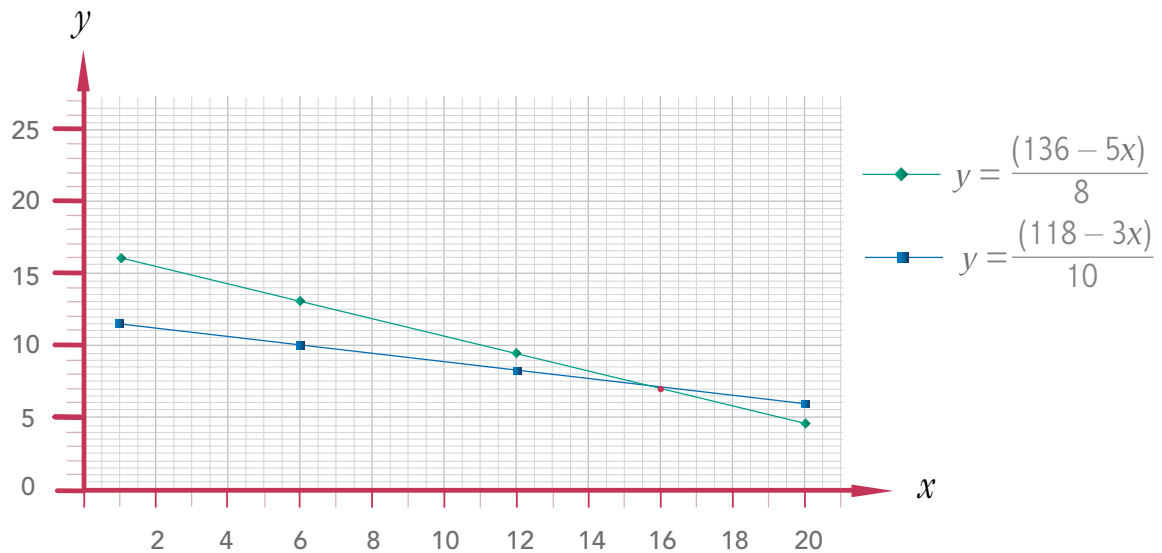
- A) $x = 7$
 $y = 3$
- B) $x = 9$
 $y = -2$
- C) $x = 10$
 $y = 25$
- D) $m = 1$
 $n = 2$
- E) $x = -13$
 $y = -5$

UNIDAD 6, Actividad 19

1

- A) El precio de 1 kilogramo de frijol y el precio de 1 sobre de grenetina para hacer gelatinas.
- B) El precio de 5 kg de frijol y 8 sobres de grenetina, y el precio de 3 kg de frijol y 10 sobres de grenetina
- C) $5x + 8y = 136$
 $3x + 10y = 118$

D)

E) Se cortan en un punto. En el punto **(16, 7)**.

$$x = 16 \text{ y } y = 7$$

F) $5x + 8y = 136$

$$3x + 10y = 118$$

Se multiplican ambas ecuaciones, una, por 3, y la otra, por 5:

$$15x + 24y = 408$$

$$15x + 50y = 590$$

Se resta, en este caso se cambió el orden de las ecuaciones para facilitar resultados:

$$\begin{array}{r}
 15x + 50y = 590 \\
 - \quad 15x + 24y = 408 \\
 \hline
 0 \quad 26y = 182
 \end{array}$$

Se despeja y de la ecuación resultante:

$$y = \frac{182}{26}$$

$$y = 7$$

Se sustituye el valor de y en una de las dos ecuaciones iniciales y se calcula el valor de x :

$$5x + 8y = 136$$

$$5x + 8(7) = 136$$

$$5x + 56 = 136$$

$$5x = 136 - 56$$

$$5x = 80$$

$$x = \frac{80}{5}$$

$$x = 16$$

Se comprueba el resultado sustituyendo ambos valores en las dos ecuaciones iniciales:

$$5(16) + 8(7) = 136$$

$$80 + 56 = 136$$

$$136 = 136$$

$$3(16) + 10(7) = 118$$

$$48 + 70 = 118$$

$$118 = 118$$

- G) La solución del sistema corresponde al punto donde se cortan las rectas.
 H) **\$16.00** el kilogramo de frijol y **\$7.00** un sobre de grenetina para hacer gelatinas.

2

16 paquetes de **18** rollos y **4** paquetes de **24** rollos

- A) La cantidad de paquetes de **18** rollos y la cantidad de paquetes de **24** rollos
 B) El total de paquetes y el total de rollos que hay en los paquetes, así como la cantidad que contienen los dos tipos de paquete.
 C) $18x + 24y = 384$
 $x + y = 20$
 D) $x = 16$
 $y = 4$

3

- A) El precio de cada vaca y el precio de cada borrego
 B) Se conoce el número de vacas y el de borregos que vende a cada comprador, y la cantidad que le paga cada uno de los compradores.

C) x precio de una vaca

y precio de un borrego

Lo que le vendió a un comprador es: $3x + 15y = 75,000$... Ecuación 1

Y lo que le vendió al otro comprador es: $2x + 5y = 40,000$... Ecuación 2

Se resuelve el sistema: $3x + 15y = 75,000$

$$2x + 5y = 40,000$$

Se multiplica la ecuación 2 por -3 para eliminar y :

$$-3(2x + 5y = 40,000)$$

Resulta: $-6x - 15y = -120,000$... Ecuación 3

La ecuación 3 se suma a la ecuación 1:

$$\begin{array}{r} 3x + 15y = 75,000 \\ -6x - 15y = -120,000 \\ \hline -3x = -45,000 \end{array}$$

Se dividen ambos miembros entre -3 para despejar x :

$$\begin{array}{r} \frac{-3x}{-3} = \frac{-45,000}{-3} \\ x = 15,000 \end{array}$$

Se sustituye x en ecuación 2:

$$\begin{array}{r} 2x + 5y = 40,000 \\ 2(15,000) + 5y = 40,000 \\ 30,000 + 5y = 40,000 \end{array}$$

Se suma $-30,000$ en ambos lados de la ecuación:

$$\begin{array}{r} 30,000 + (-30,000) + 5y = 40,000 + (-30,000) \\ 30,000 - 30,000 + 5y = 40,000 - 30,000 \\ 5y = 10,000 \end{array}$$

Se divide en ambos lados de la ecuación por 5:

$$\begin{array}{r} \frac{5y}{5} = \frac{10,000}{5} \\ y = 2,000 \end{array}$$

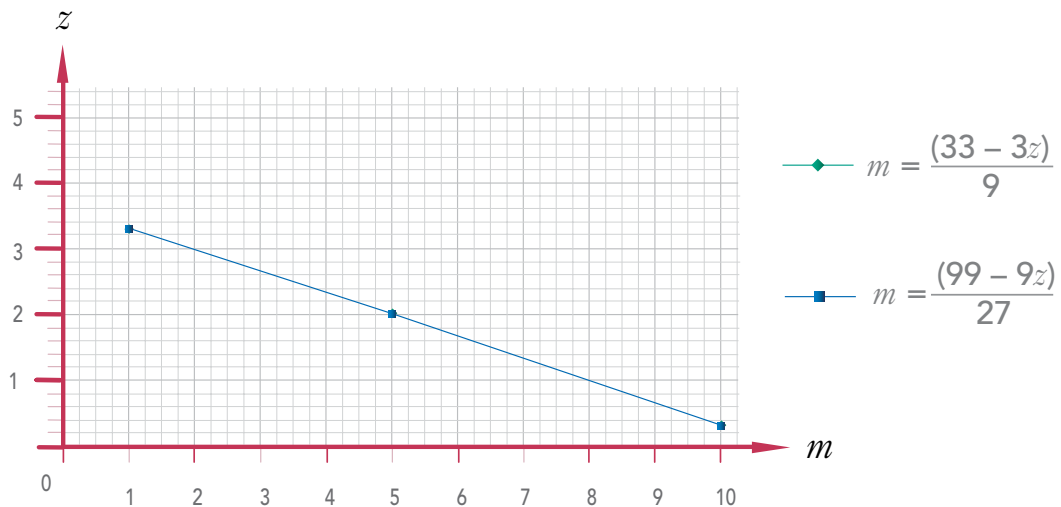
Como x representa el precio de una vaca, una vaca cuesta \$15,000

Como y representa el precio de un borrego, un borrego \$2,000

4

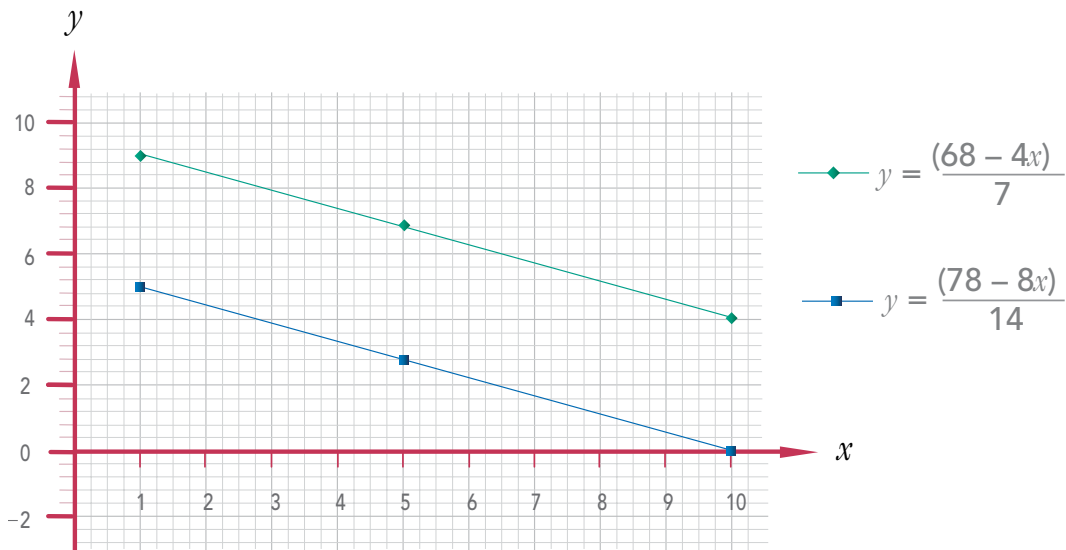
- A) $m = 2$
 $z = 8$
- B) $a = -2$
 $b = 5$
- C) $x = 6$
 $y = -3$
- D) $x = 16$
 $y = 24$

5



- A) Se sobreponen.
- B) $27m + 9z = 99$
- C) Son la misma ecuación.

6



- A) No
- B) Son paralelas.

Autoevaluación Unidad 6

1

- A) $a + n = 224$
- B) $35a + 15n = 4,480$
- C) $n = 168$
 $a = 56$
- D) 56 entradas para adulto
- E) 168 entradas para niño

2

- A) La que usted haya elegido. Aquí usaremos x .
- B) La que usted haya elegido. Aquí usaremos y .

- C) $x + y = 40$
- D) $2x$
- E) $4y$
- F) $2x + 4y = 132$
- G) $x = 14$
 $y = 26$
- H) 14 guajolotes
- I) 26 chivos

3

750 cuadernos de 100 hojas y 50 cuadernos de 50 hojas

4

- A) $m = -6$
 $z = 11.5$
- B) $a = 5$
 $b = 3$
- C) $x = 2$
 $y = 3$
- D) $x = 3$
 $y = 1$

UNIDAD 7, Actividad 20

1

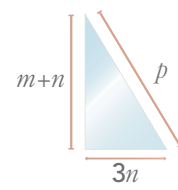
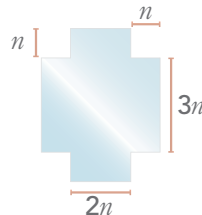
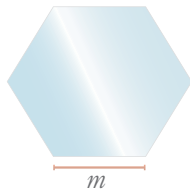
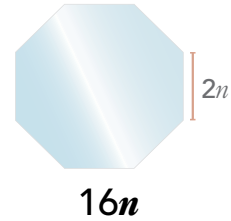
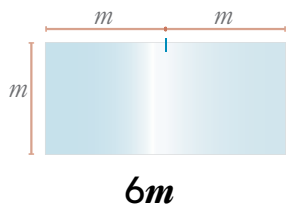
- A) $a - b$
- B) $2(a - b)$
- C) Sí, $2a - 2b$

2

A) Dos lados miden m y dos lados miden $2m$.

B) $6m$

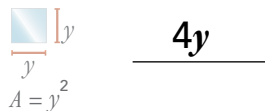
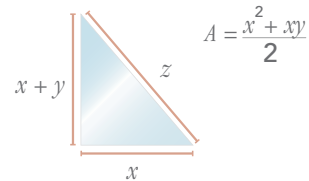
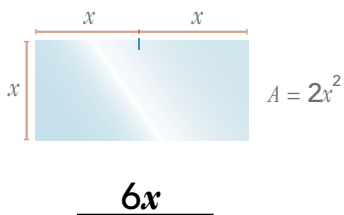
C)



D) $13m + 42n + p$

3

A)



$2x + y + z$

B) Al exponente 1

C) Al exponente 2

D) n^3

E) n^2

UNIDAD 7, Actividad 21

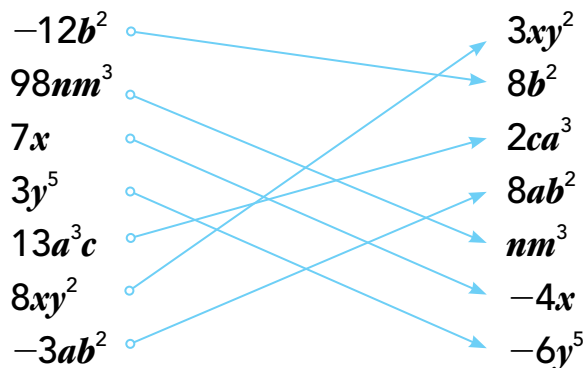
1

- A) 8 lados miden a y 4, lados miden $2a$.
- B) $16a$
- C) 4 lados miden a y 8 lados miden $\frac{a}{2}$.
- D) $8a$
- E) $24a$

2

- A) Porque ambos tienen x y y como literales.
- B) Porque, aunque ambos tiene a b como literal, en uno está multiplicado por a y en otro por c .
- C) Porque, aunque ambos tienen a m y n como literales, en uno el cuadrado está en la m y en otro, en la n .
- D) Porque la multiplicación es conmutativa, y así como $(8)(2) = (2)(8)$, también $a^2bc = ca^2b$.

3



4

- A) $2m + 2n$
- B) $p + m + n$
- C) $p + 3m + 3n$

5

- A) $9n - 3m$
- B) $-7y^2 + 2x^3 - x$
- C) $6y^2 + y$
- D) $13ab^2 - 7x^3y + x$
- E) $-x^2y + 8x^3y$
- F) $9p^2 + x^3y + 2y^2 - x$

6

- A) $7n - 10m$
- B) $3b^2 + 15x^3 - 8y^2 - x$
- C) $9ab^2 + 9x^3y + x$
- D) $-xy^2 - 7x^3y - x$
- E) $4m^3n - 2m + n$
- F) $5k + 10l$
- G) $4b^2 + 16x^3 - 6x$
- H) $-10xy^2 + 9x^3y - 4x$
- I) $21mn^3 - 7xy - 9x$
- J) $34yn^2 - 12m - 4n$

UNIDAD 7, Actividad 22

1

- A) m^2
- B) Multiplicando lado por lado: $(m) (m)$
- C) n^2
- D) Multiplicando lado por lado: $(n) (n)$
- E) Dos lados miden n , y dos $(n - m)$.

2

- A) n y $(n - m)$
- B) $n^2 - nm$
- C) $(n - m)$ y m
- D) $nm - m^2$
- E) $n^2 - nm + nm - m^2 = n^2 - m^2$
- F) Sí. Multiplicando la medida de los lados del terreno completo menos la medida de los lados del terreno que vendió.
- G) $n^2 - m^2$

3

- A) $8a^2$
- B) $45ma$
- C) $12m^3$
- D) $20x^3y$
- E) $24a^2b^2$
- F) $45ma$

4

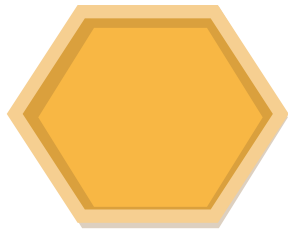
- A) c^2
- B) Sí, porque el corte pasa por la mitad de 2 de sus lados.

5

- A) $20a^2m + 10am - 36a^3 - 18a^2$
- B) $3m^2xy + 4nxy + 80x^2n + 60x^2m^2$
- C) $27a^3b + 15a^2b - 72ab - 40b$

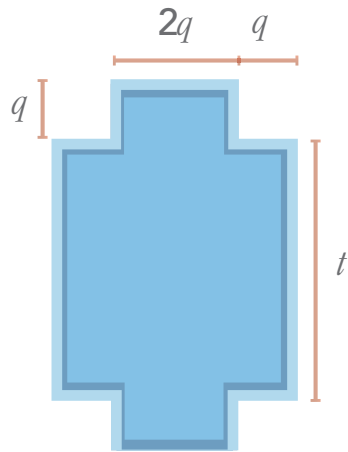
Autoevaluación Unidad 7

1

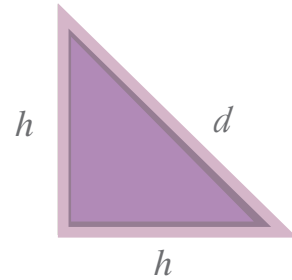


f

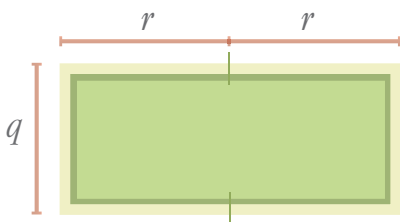
$$6f$$



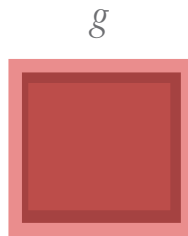
$$12q + 2t$$



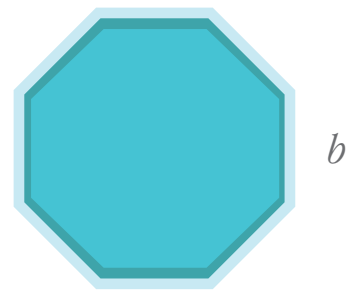
$$2h + d$$



$$4r + 2q$$

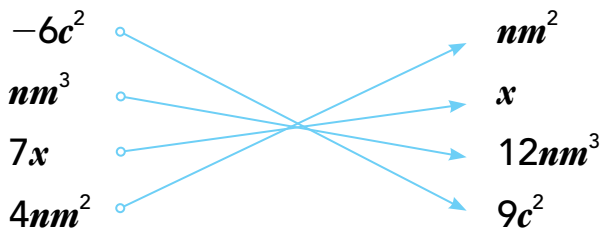


$$4g$$



$$8b$$

2



3

- A) $m^5 + 8x^3 - x$
- B) $10k^2 + k$
- C) $5an^2 - 7n^2y + x$
- D) $-2x^2y + 7x^3y$
- E) $10r^2 + r^2p + 3y^2 - x$

4

- A) $72b^2$
- B) $49n^2$
- C) $40p^3$
- D) $24x^3y$
- E) $48x^3y$

5

- A) $30an + 25a^2n$
- B) $27m^4 + 45m^2n + 12n^2$
- C) $63x^2 - 27x^2y + 6x^3y^2 - 14x^3y$

UNIDAD 8, Actividad 23

1

- A) $M = \frac{p}{t^2}$
- B) 28.99
- C) De obesidad, en primer nivel

2

A) $p = Mt^2$

B) $p = 24.74 (1.57)^2$

$p = 24.74 (2.4649)$

$p = 60.98$

Aproximadamente 61 kilogramos

3

A) $t^2 = \frac{p}{M}$

B) $t^2 = \frac{68}{24.38}$

$t^2 = 2.789$

C) La estatura de Ramón al cuadrado

D) Sacar raíz cuadrada.

E) Mide 1.67 metros, aproximadamente.

4

A) $r^2 = \frac{A}{\pi}$

B) $r^2 = \frac{200.96}{3.14}$

$r^2 = 64$

C) Sacar raíz cuadrada.

D) 8 metros

5

A) $r^2 = \frac{A}{\pi}$

B) $r^2 = \frac{271.57}{3.14}$

$r^2 = 86.48$

- C) Sacar raíz cuadrada.
- D) Mide **9.299** m, lo cual se puede redondear a **9.3** m.
- E) **18.6** metros
- F) **58.404** metros

6

- A) $l = 36.4$
- B) $m = 6.2$
- C) $p = 1.827$
- D) $m = 8.899$

UNIDAD 8, Actividad 24

1

- A) 90°
- B) Triángulo rectángulo, triángulo rectángulo, triángulo rectángulo
AB: 10.77 metros, aproximadamente
AC: 12.80 metros, aproximadamente
AD: 15.62 metros, aproximadamente

2

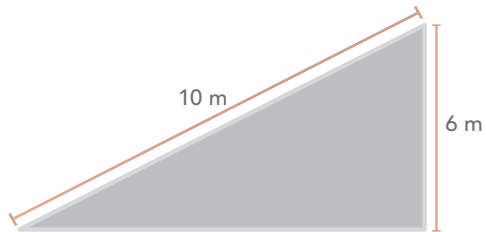
- A) Calculando la medida del lado opuesto al ángulo recto y sumando la medida de los tres lados. Después multiplicar por **2** porque son **2** piezas.
- B) La medida del lado opuesto al ángulo recto
- C) Sí, porque el triángulo es rectángulo.
- D) **2.8** metros
- E) **6.6** metros. **13.2** metros

3

- A) $7.071^2 = 5^2 + 5^2$. Es un triángulo rectángulo.
 B) $12.8062^2 = 8^2 + 10^2$. Es un triángulo rectángulo.

4

A)



B) Recto. Sí

$$\begin{aligned} \text{C) } a^2 &= 10^2 - 6^2 \\ a &= \sqrt{100 - 36} \\ a &= \sqrt{64} \\ a &= 8 \end{aligned}$$

El ancho del muro mide 8 metros.

Autoevaluación Unidad 8

1

4 m

2

31.4 m, aproximadamente

3

- A) $l = 5$
 B) $m = 12.3$
 C) $p = 11$
 D) $m = 23$

4

- A) 90°
 B) Triángulo rectángulo. Triángulo rectángulo. Triángulo rectángulo
 C) ***AB***: 15.297 m, aproximadamente
AC: 16.155 m, aproximadamente
AD: 17.492 m, aproximadamente

5

2.507 6 m, aproximadamente

6

- A) $(7.810249)^2 = 5^2 + 6^2$
 $60.99998 = 25 + 36$
 $60.99998 = 61$

Redondeando 60.99998 a 61, podemos decir que se trata de un triángulo rectángulo.

- B) $(13.4536)^2 = 10^2 + 9^2$
 $180.999 = 100 + 81$

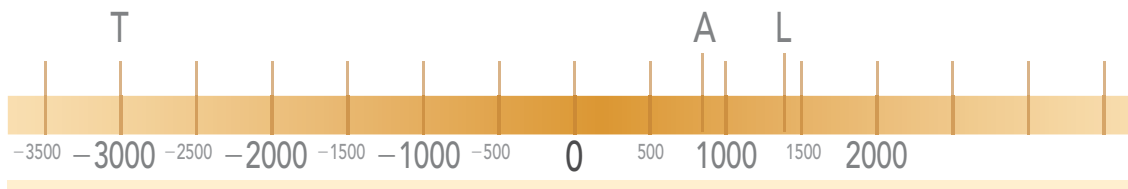
Redondeando 180.999 a 181, podemos decir que se trata de un triángulo rectángulo.

- C) $(15.2643)^2 = 8^2 + 13^2$
 $232.998 = 64 + 169$
 $232.998 = 233$

Redondeando 232.998 a 233, podemos decir que se trata de un triángulo rectángulo.

Respuestas a la Autoevaluación del módulo

1



C) 4,456 años

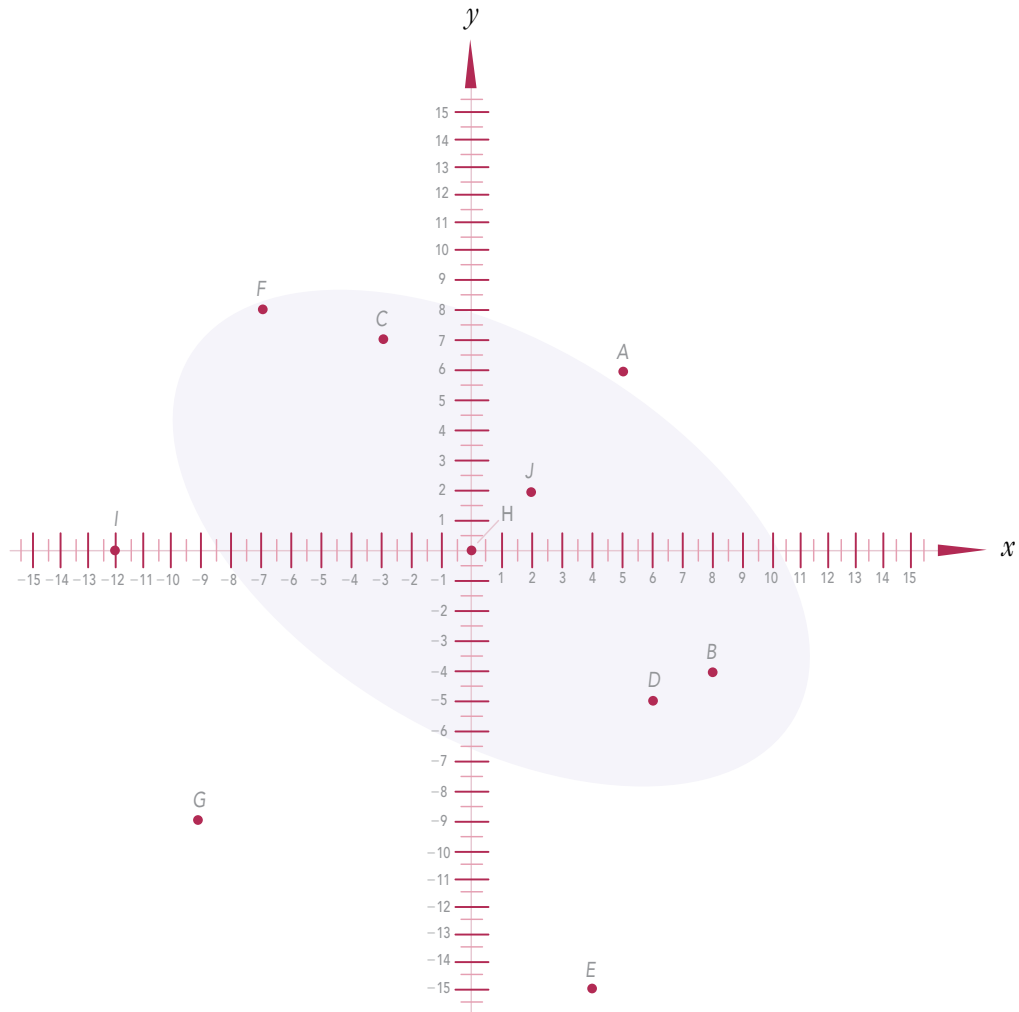
2

A) $-13.9 < 10.4$	$7.08 < 7.7$
$-8.8 < -7.3$	$-9.01 < -5.9$
$-0.18 < +1.6$	$9.56 > -9.65$
$5.9 = 5.90$	$4.07 = 4.0700$

3

$(+445) + (+787) = 1,232$	$(+986) + (-183) = 803$
$(-895) + (+346) = -549$	$(-789) + (-548) = -1,337$
$(-784) - (+873) = -1,657$	$(-956) - (+679) = -1,635$
$(-1,827) - (-1,235) = -592$	$(+956) - (-987) = 1,943$
$(+983) \times (+657) = 645,831$	$(-852) \times (-285) = 242,820$
$(-834) \times (+126) = -105,084$	$(+956) \times (-854) = -816,424$
$(+673) \div (+178) = 3.78$	$(-6,598) \div (-27) = 244.37$
$(-894) \div (+342) = -2.614$	$(+895) \div (-347) = -2.579$

4



5

(7, 9)

6

- A) $6^3 = 216$
- B) $9^5 = 59,049$
- C) $(-3)^6 = 729$
- D) $(-15)^4 = 50,625$
- E) $(10)^6 = 1,000,000$
- F) $(-100)^5 = -10,000,000,000$

7

- A) $(8)(8)(8)(8)(8)(8)(8) = 2,097,152$
- B) $(5)(5)(5)(5)(5)(5) = 15,625$
- C) $(7)(7)(7)(7) = 2,401$
- D) $(9)(9)(9) = 729$
- E) $(7)(7)(7)(7)(7)(7)(7)(7) = 5,764,801$

8

No. 8^7 es 2,097,152 y 7^8 es 5,764,801.

9

- A) 15.66666
- B) 228

10

0.000 000 1

11

Pongo la pesa de 10 kilogramos de un lado, y la de 2 kilogramos del otro lado junto con lo que voy a pesar.

12

$$\frac{x}{4} - 12 = 88$$

13

\$400.00

A) $138 + x = 500 + 38$

B) $x = 400$

$138 + 400 = 500 + 38$

$538 = 538$

14

A) A

B) El diámetro de un círculo menor

C) $A = 3d$

D) $d = \frac{A}{3}$

15

A) $a \quad a \quad a \quad a \quad a$



B) $2a + 2(5a) = 60$

$a = 5$

C) El terreno mide 5 metros de ancho y 25 metros de largo.

16

A) La cantidad de toneladas de maíz que el terreno producía hace 10 años.

B) Aquí usaremos y .

C) $8 = \frac{y}{2} - 3$

$y = 22$

D) 22 toneladas

17

A) $x = 391$

B) $y = 111$

C) $c = 2$

D) $d = 9$

E) $m = 1,078$

F) $x = 9$

G) $x = -9.7416$

H) $x = 44$

I) $l = -1904$

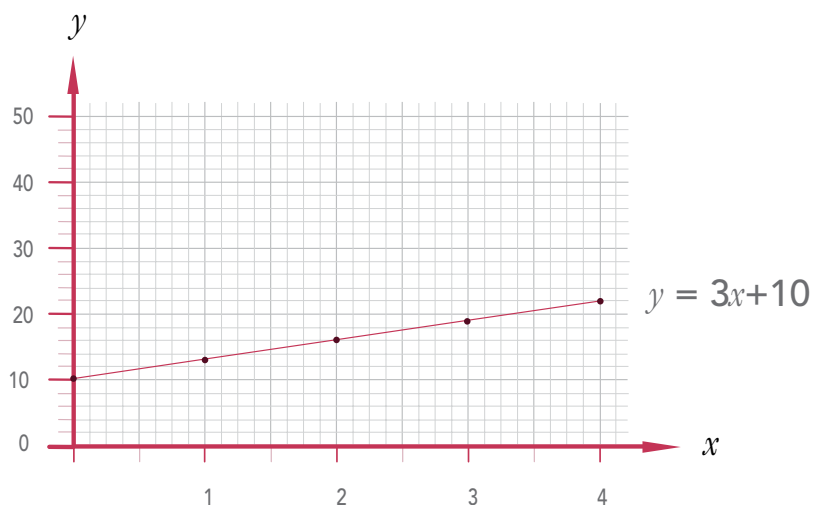
J) $n = 1,644$

18

A) 3

B) $y = 3x + 10$

C)



19

A) $y = 35x + 65$

B)

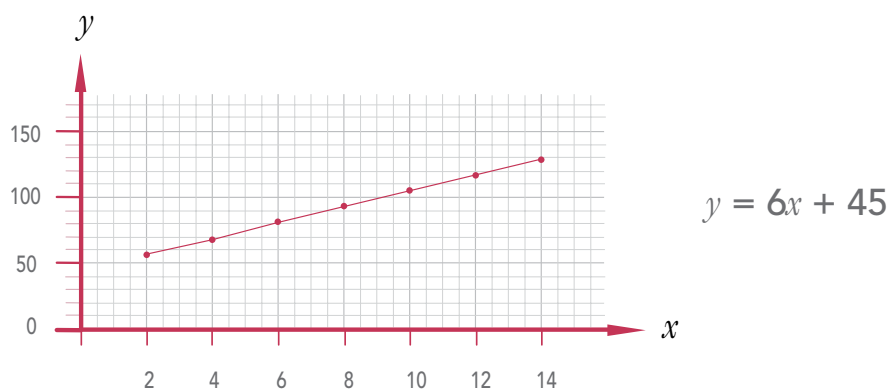
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y	100	135	170	205	240	275	310	345	380	415	450	485	520	555	590

20

Una posible respuesta es:

x	2	4	6	8	10	12	14
y	57	69	81	93	105	117	129

A)



21

A) $y = x - 1$... (ecuación 1)

$6x - 7y = 1$... (ecuación 2)

En este caso, es recomendable sustituir en la ecuación 2 el valor de y de la ecuación 1.

$6x - 7(x - 1) = 1$

$6x - 7x + 7 = 1$

$-x + 7 = 1$

$-x = 1 - 7$

$-x = -6$

$x = 6$

Ahora se sustituye en la ecuación 1 el valor encontrado de x .

$$y = x - 1$$

$$y = 6 - 1$$

$$y = 5$$

Entonces:

$$y = 5$$

$$x = 6$$

$$5 = 6 - 1$$

$$5 = 5$$

$$6(6) - (7)(5) = 1$$

$$36 - 35 = 1$$

$$1 = 1$$

B) $x + 5y = -38...$ (ecuación 1)

$2x + 13y = 100...$ (ecuación 2)

En este caso, se puede despejar x en la ecuación 1.

$$x = -38 - 5y$$

Sustituir x en la ecuación 2.

$$2(-38 - 5y) + 13y = 100$$

$$-76 - 10y + 13y = 100$$

$$-76 + 3y = 100$$

$$3y = 100 + 76$$

$$3y = 176$$

$$\frac{3y}{3} = \frac{176}{3}$$

$$y = 58.666$$

Ahora se sustituye en la ecuación 1 el valor encontrado de y .

$$x + 5y = -38$$

$$x + 5(58.666) = -38$$

$$x + 293.33 = -38$$

$$x = -38 - 293.33$$

$$x = -331.33$$

Entonces:

$$y = 58.666$$

$$x = -331.33$$

$$x + 5y = -38$$

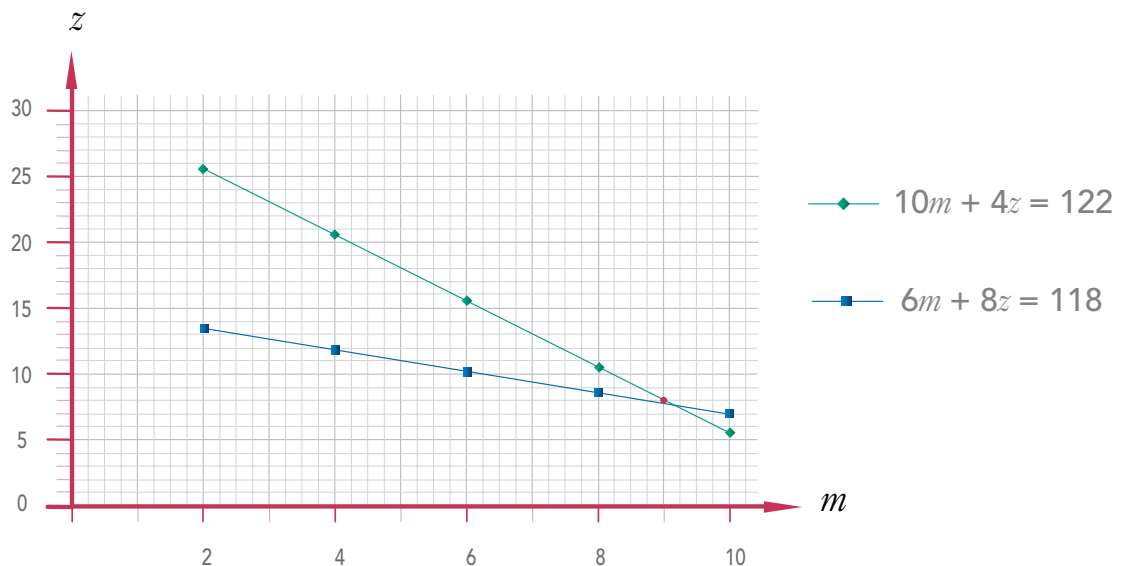
$$2x + 13y = 100$$

$$(-331.33) + 5(58.666) = -38 \quad 2(-331.33) + 13(58.666) = 100$$

$$-331.33 + 293.33 = -38 \quad -662.66 + 762.66 = 100$$

$$-38 = -38 \quad 100 = 100$$

22



$$m = 9$$

$$z = 8$$

23

12 m

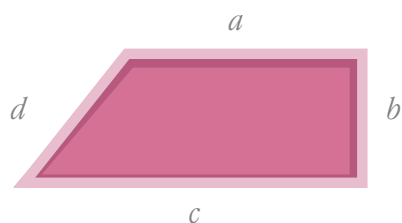
24

- A) $7n + 6m$
- B) $15b^2 - 9x^3 - 8y^2 - 6x$
- C) $10ab^2 + 11x^3y - 3x$
- D) $7xy^2 + 5x^3y + x$
- E) $10m^3n + 11m - n$

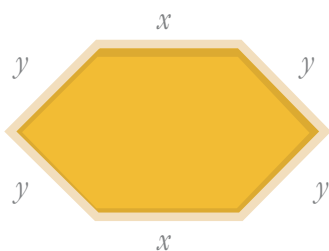
25

- A) $5y + 7x$
- B) $10b^2 + 5x^3 - 14x$
- C) $-4xy^2 - 12x^2y - 2x$
- D) $37mn^3 - 12xy - x$
- E) $34yz^2 - 8p - 10m$

26



$$\underline{a + b + c + d}$$



$$\underline{2x + 4y}$$

27

- A) $3n^5 + 8x^3$
- B) $12h^2 + 5h - x$
- C) $-6cb^2 + c$

28

- A) $15c^2$
- B) $9yx$
- C) $8h^3$
- D) $3x^4y$
- E) $35x^2y^2$

29

- A) $42b^2 - 8a^2b - 64a^4$
- B) $12b^4 + 22cb^2 + 6c^2$

Nombre de la persona joven o adulta

Apellido paterno

Apellido materno

Nombre/s

Marque con una "paloma" los propósitos que se hayan completado satisfactoriamente en cada unidad.

RFE o CURP

Unidad 1

- Leerá, escribirá y comparará números con signo.
- Sumará y restará números con signo.
- Multiplicará y dividirá números con signo.

Hago constar que la persona completó satisfactoriamente esta unidad.

Fecha _____

Nombre y firma del asesor o asesora

Unidad 2

- Ubicará puntos en el plano cartesiano a partir de sus coordenadas (x, y) ; y viceversa, a partir de la posición de un punto en el plano obtendrá las coordenadas correspondientes.
- Resolverá problemas que involucran potencias.
- Utilizará la jerarquía de operaciones (incluyendo potencias).
- Utilizará la notación científica con exponentes enteros positivos y negativos.

Hago constar que la persona completó satisfactoriamente esta unidad.

Fecha _____

Nombre y firma del asesor o asesora

Unidad 3

- Conocerá la utilidad de las literales en el álgebra. Usará algunas reglas de escritura algebraica.
- Encontrará la regularidad que relaciona una lista de cantidades.
- Utilizará el lenguaje algebraico. Modelará con expresiones algebraicas algunas situaciones de la geometría y de la física.

Hago constar que la persona completó satisfactoriamente esta unidad.

Fecha _____

Nombre y firma del asesor o asesora

Unidad 4

- Aplicará las nociones de ecuación de primer grado y de incógnita.
- Resolverá problemas que involucran ecuaciones de las formas $x + a = b$ y $a - x = b$.
- Resolverá problemas que involucran ecuaciones de las formas $ax = b$ y $\frac{x}{a} = b$.
- Resolverá problemas que involucran ecuaciones de las formas $ax + b = c$ y $\frac{x}{a} + b = c$.

Hago constar que la persona completó satisfactoriamente esta unidad.

Fecha _____

Nombre y firma del asesor o asesora

HOJA DE AVANCES

Operaciones avanzadas

Eje de Matemáticas



Nombre de la persona joven o adulta

Apellido paterno

Apellido materno

Nombre/s

Marque con una “paloma” los propósitos que se hayan completado satisfactoriamente en cada unidad.

RFE o CURP

Unidad 5

- Resolverá problemas que involucran la relación entre dos variables.
- Graficará la relación entre dos variables.
- Resolverá problemas con dos variables utilizando gráficas.

Hago constar que la persona completó satisfactoriamente esta unidad.

Fecha _____

Nombre y firma del asesor o asesora

Unidad 6

- Resolverá problemas que involucran un sistema de ecuaciones con dos incógnitas mediante métodos de sustitución y de suma o resta.
- Aplicará métodos para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas: sustitución, de suma o resta y de graficación.

Hago constar que la persona completó satisfactoriamente esta unidad.

Fecha _____

Nombre y firma del asesor o asesora

Unidad 7

- Modelará monomios y polinomios con figuras geométricas.
- Sumará y restará monomios y polinomios.
- Multiplicará monomios, y un polinomio por un monomio.

Hago constar que la persona completó satisfactoriamente esta unidad.

Fecha _____

Nombre y firma del asesor o asesora

Unidad 8

- Resolverá problemas con potencias cuadradas.
- Conocerá el teorema de Pitágoras y lo aplicará en la resolución de problemas.

Hago constar que la persona completó satisfactoriamente esta unidad.

Fecha _____

Nombre y firma del asesor o asesora



Autoevaluación final

¿Qué aprendí?

<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>
<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>
<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>

¿Para qué me sirve?

<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>
<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>
<hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/>

Nombre y firma de la persona joven o adulta

Datos de la aplicación

Fecha

Lugar de la aplicación

Nombre y firma del aplicador



Con frecuencia se oye decir que el álgebra no tiene aplicaciones en la vida diaria; que es árida y difícil. Por eso, en este libro, se intenta demostrar que este conocimiento matemático tiene amplias aplicaciones en la cotidianidad, pero que no se aplica porque no se conoce. ¿Antes de aprender a multiplicar y dividir, usted empleaba estas operaciones?

Es claro que no se puede aplicar el conocimiento que no se tiene, por ello le invitamos a que destine un tiempo determinado y regular al estudio de este módulo, pues más que ser difícil, el álgebra, al igual que cualquier otro tipo de conocimiento, exige estudio y disciplina.



GOBIERNO DE
MÉXICO

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



INSTITUTO
NACIONAL PARA
LA EDUCACIÓN
DE LOS ADULTOS

DISTRIBUCIÓN GRATUITA

Este programa es público, ajeno a cualquier partido político. Queda prohibido su uso para fines distintos a los establecidos en el programa.