



Operaciones avanzadas



Folleto de juegos

DIRECTORIO
Esteban Moctezuma Barragán
Secretario de Educación Pública

Rodolfo Lara Ponte
Director General del INEA

Créditos de la presente edición

Coordinación general
Celia del Socorro Solís Sánchez

Coordinación académica
María Esther Amador Gómez
María del Rocío Guzmán Miranda

Autoría
María Esther Amador Gómez

Actualización de contenidos
Luz Daniela Itandehui Ramos Banda
María del Rocío Guzmán Miranda

Revisión técnica
María del Rocío Guzmán Miranda
Rosa Elvira Páez Murillo
María de Lourdes Aravedo Reséndiz

Dirección gráfica y cuidado de la edición
Greta Sánchez Muñoz
Adriana Barraza Hernández

Apoyo al cuidado de la edición
Hugo Fernández Alonso

Seguimiento editorial
María del Carmen Cano Aguilar

Revisión editorial
Gabriel Nieblas Sánchez
Hugo Fernández Alonso

Diseño e ilustración de portada
Ricardo Figueroa Cisneros

Diseño y diagramación
Jesús García Morales

Ilustración de interiores
Ismael David Nieto Vital
Ricardo Pérez Rovira
Gabriel Loyo Romero

Operaciones avanzadas. Folleto de juegos. D. R. 2007 © Instituto Nacional para la Educación de los Adultos, INEA. Francisco Márquez 160, Col. Condesa, Alcaldía Cuauhtémoc, Ciudad de México. C. P. 06140. Actualización 2017.

Esta obra es propiedad intelectual de su autora, y los derechos de publicación han sido legalmente transferidos al INEA. Prohibida su reproducción parcial o total por cualquier medio, sin autorización escrita de su legítimo titular de derechos.

Algunas veces no fue posible encontrar la propiedad de los derechos de algunos textos aquí reproducidos. La intención es ayudar a personas sin educación básica, y sin fines de lucro. Si usted conoce la fuente de alguna referencia sin crédito, agradeceremos establecer contacto con nosotros para otorgar el crédito correspondiente.

Impreso en México, 2019.



Estimada persona joven o adulta:
Le invitamos a realizar los siguientes juegos, los cuales le permitirán desarrollar sus competencias matemáticas y lo que ha aprendido luego de realizar las actividades del módulo *Operaciones avanzadas*. Al realizar los juegos que se proponen en este folleto, usted verá que las matemáticas también son divertidas; puede jugar con sus compañeros del Círculo de estudio o con su asesor o asesora.

Juego 1

El reloj de 4 horas 1

Juego 2

La terminal de autobuses..... 15

Juego 3

Jun Jun 16

Juego 4

Las joyas..... 19

Juego 5

Rompecabezas..... 21

Juego 6

Crucigrama matemático 25

Respuestas..... 30

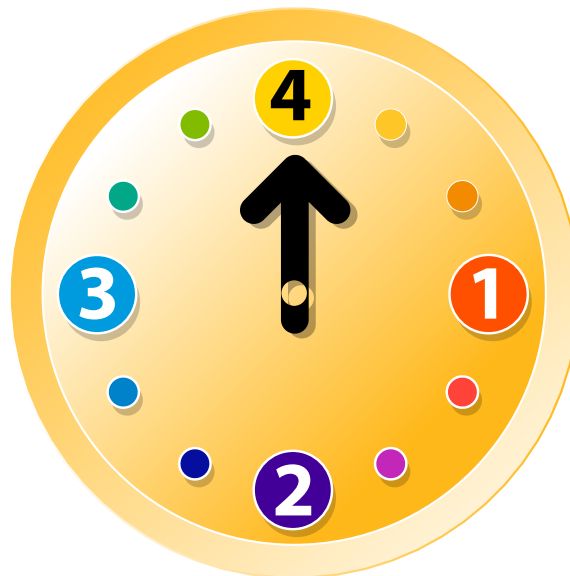
Índice

Juego I

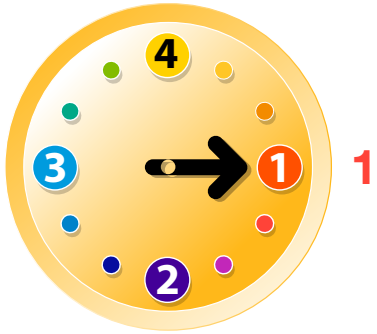
El reloj de 4 horas

I ¿Cómo funciona el reloj de 4 horas?

Este reloj solo tiene una manecilla y da una vuelta completa en 4 horas.



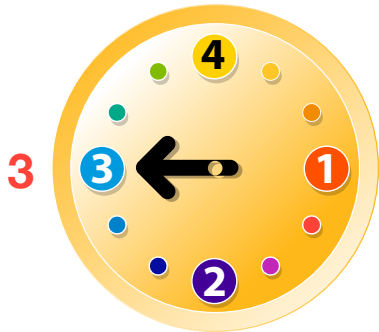
En la posición inicial la manecilla siempre señala el número 4.



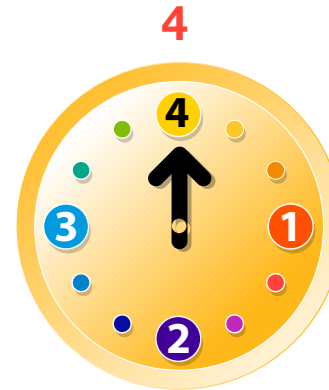
Después de una hora de iniciar el reloj, la manecilla señala el número 1.



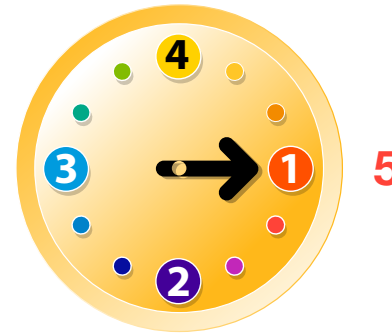
Después de dos horas de iniciar el reloj, la manecilla señala el número 2.



Después de tres horas de iniciar el reloj, la manecilla señala el número 3.



Después de cuatro horas de iniciar el reloj, la manecilla vuelve a señalar el número 4.



Después de cinco horas de iniciar el reloj, la manecilla vuelve a señalar el número 1.

Conteste las siguientes preguntas.

A) ¿Qué número marca la manecilla a las 6 horas de iniciar el reloj? _____

B) ¿Cómo lo sabe? _____

C) ¿Qué número marca la manecilla a las 7 horas de iniciar el reloj? _____

D) ¿Cómo lo sabe? _____

E) ¿Qué número marca la manecilla a las 23 horas de iniciar el reloj? _____

F) ¿Cómo lo sabe? _____

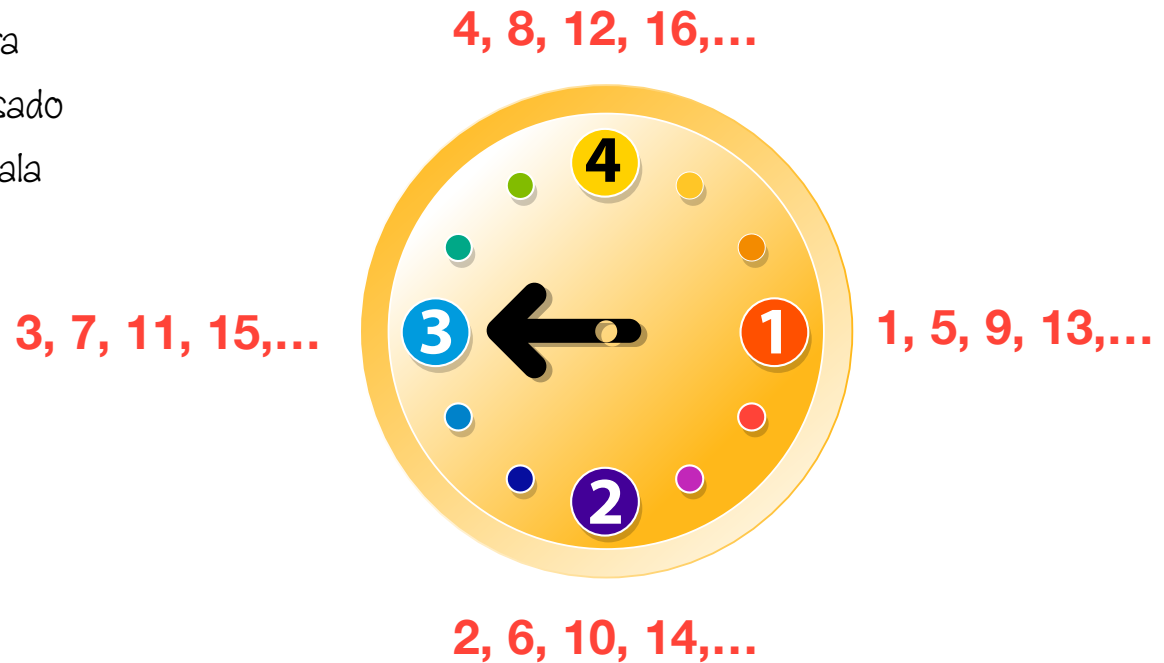
G) ¿Qué número marca la manecilla a las 1,603 horas de iniciar el reloj? _____

H) ¿Cómo lo sabe? _____

Para contestar las preguntas que implican una cantidad grande de horas, le sugerimos que revise las siguientes estrategias.

II Estrategia 1. Seguir las etapas para reconocimiento de patrones

Si se considera que la manecilla sigue girando, la siguiente figura muestra las horas que han pasado cada vez que la manecilla señala el 1, 2, 3 o 4.

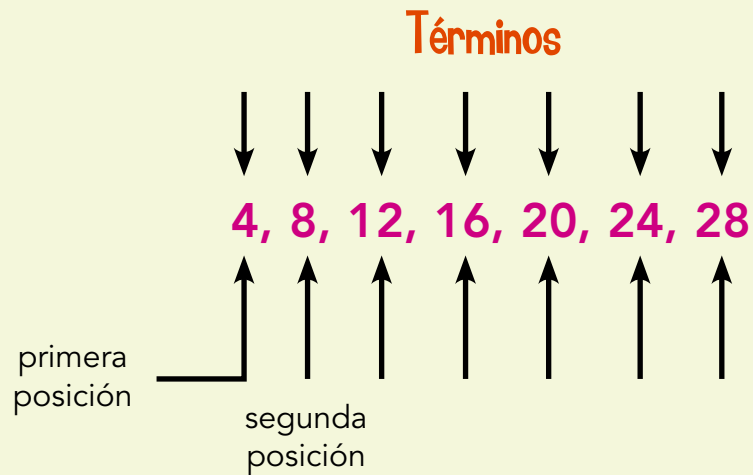


La siguiente tabla registra el número de horas que han pasado cada vez que la manecilla señala el 4 en el reloj. Analice la sucesión que se genera.

Número de vuelta (posición)	1	2	3	4	5	6	...	10	...	50
Horas que han pasado	4	8	12	16	20	24	...	40	...	200

Recuerde que...

Cada número de la sucesión se denomina **término**, y cada término tiene una posición en la **sucesión**.



Conteste las siguientes preguntas considerando la sucesión anterior.

- A) ¿Cómo crece la sucesión? _____
- B) ¿De qué número son múltiplo los términos de la sucesión? _____
- C) ¿Qué número ocupa el lugar 100 en la sucesión? _____
- D) ¿Qué lugar ocupa el 48 en la sucesión? _____
- E) ¿Qué hizo para encontrar el lugar que ocupa el 48? _____
- F) Lea con atención cada una de la reglas y subraye la que permite calcular cualquier término de la sucesión 4, 8, 12, 16,...
- a) Se multiplica por 2 el número de lugar y al producto se le resta 1.
 - b) Se multiplica por 4 el número de lugar.
 - c) El número de lugar se multiplica por 4 y al producto se le resta 3.
 - d) Se multiplica por 3 el número de lugar y al producto se le suma 1.

G) Exprese algebraicamente el enunciado que obtuvo en la pregunta anterior.

H) Utilice la expresión que obtuvo en el punto anterior para encontrar los términos que ocupan los lugares 100, 150 y 500 en la sucesión.

100	
150	
500	

- 1) Observe que todos los números de la sucesión 4, 8, 12, 16,... cuya expresión general del término n ésimo es $4n$, coinciden con el número de horas que han pasado, desde que se inició el reloj, cuando la manecilla marca el 4.

Siguiendo esta estrategia, escriba cómo puede saber a las cuántas horas, desde que inició el reloj, la manecilla marcará...

el 3: _____

el 2: _____

el 1: _____

III Estrategia 2. Obtener la expresión general del término enésimo de una sucesión a partir de otras ya conocidas

Analice las sucesiones de la tabla, después, conteste las siguientes preguntas.

Lugar en la sucesión (posición)	1	2	3	4	5	6	...	10	...	50
Horas que han pasado cuando la manecilla marca 1	1	5	9	13	17	21	...	37	...	197
Horas que han pasado cuando la manecilla marca 2	2	6	10	14	18	22	...	38	...	198
Horas que han pasado cuando la manecilla marca 3	3	7	11	15	19	23	...	39	...	199
Horas que han pasado cuando la manecilla marca 4	4	8	12	16	20	24	...	40	...	200

- A) ¿Cómo crece la sucesión 4, 8, 12, 16,...? _____
- B) ¿Cómo obtiene cada término de la sucesión 4, 8, 12, 16,...? _____

Recuerde que...

En la sucesión 4, 8, 12, 16,... cada término se obtiene multiplicando la posición por 4.

posición



$$4(1) = 4$$

$$4(2) = 8$$

$$4(3) = 12$$

$$4(4) = 16$$

...

Analice, ¿cómo puede usar este resultado para otra sucesión?

Considere la expresión general del término n ésimo, $4n$ de la sucesión 4, 8, 12, 16... para contestar las siguientes preguntas.

- C) ¿Cómo obtiene cualquier término de la sucesión 3, 7, 11, 15,...? _____
- D) ¿Cómo obtiene cualquier término de la sucesión 2, 6, 10, 14,...? _____
- E) ¿Cómo obtiene cualquier término de la sucesión 1, 5, 9, 13,...? _____

IV Estrategia 3. Divisibilidad

1 Nuevamente considere la tabla que usó en la estrategia 2.

Lugar en la sucesión (posición)	1	2	3	4	5	6	...	10	...	50
Horas que han pasado cuando la manecilla marca 1	1	5	9	13	17	21	...	37	...	197
Horas que han pasado cuando la manecilla marca 2	2	6	10	14	18	22	...	38	...	198
Horas que han pasado cuando la manecilla marca 3	3	7	11	15	19	23	...	39	...	199
Horas que han pasado cuando la manecilla marca 4	4	8	12	16	20	24	...	40	...	200

A) ¿Cuál es la diferencia entre dos términos adyacentes de la sucesión 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...?

- B) Divida algunos términos de la sucesión 4, 8, 12, 16, 20, 24,... entre la diferencia de dos términos adyacentes de la sucesión. ¿Qué pasa con el residuo?
-

En el punto anterior dividió un término de la sucesión entre la diferencia de dos términos adyacentes de la sucesión. Observe que el cociente es el lugar que ocupa el término, y el residuo es el mismo para los términos de esa sucesión:

Diferencia entre dos
términos adyacentes
de la sucesión

Lugar que ocupa el término

Término de la sucesión

Residuo

- C) ¿Qué operaciones debe realizar para obtener cualquier término de una sucesión si conoce: el lugar que ocupa el término en la sucesión, la diferencia entre dos términos adyacentes de la sucesión y el residuo?
-

- D) ¿Qué operaciones debe realizar para conocer el lugar que ocupa un término en una sucesión si conoce: el término de la sucesión, la diferencia entre dos términos adyacentes de la sucesión y el residuo?
-

2 Considerando las respuestas de los puntos anteriores conteste las siguientes preguntas.

A) ¿Cómo obtiene cualquier término de la sucesión 4, 8, 12, 16,...

B) ¿Cómo obtiene cualquier término de la sucesión 3, 7, 11, 15,...

C) ¿Cómo obtiene cualquier término de la sucesión 2, 6, 10, 14,...

D) ¿Cómo obtiene cualquier término de la sucesión 1, 5, 9, 13,...

V Aplicación de las estrategias

Utilizando alguna de las estrategias anteriores conteste las siguientes preguntas.

A) ¿Qué número marcará el reloj a las 800 horas de haberlo iniciado? _____

B) ¿Cómo lo sabe? _____

C) ¿Qué número marcará el reloj a las 1,599 horas de haberlo iniciado? _____

D) ¿Cómo lo sabe? _____

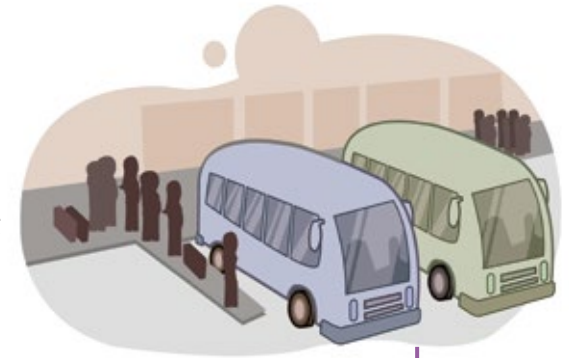
E) ¿Qué número marcará el reloj a las 1,997 horas de haberlo iniciado? _____

F) ¿Cómo lo sabe? _____

G) ¿Qué número marcará el reloj a las 7,597 horas de haberlo iniciado? _____

H) ¿Cómo lo sabe? _____

Juego 2



- 1 María y Humberto quieren llegar a las 12:00 en punto a la terminal de autobuses para salir a Querétaro. El reloj de María se atrasa 10 minutos pero ella cree que se adelanta 5. Mientras que el reloj de Humberto se adelanta 5 minutos pero él cree que se atrasa 10. ¿Quién llegará primero a la estación? ¿Con cuántos minutos de diferencia llegarán ambos?
- 2 Un autobús que va de la ciudad de Puebla a la Sierra de Puebla tarda 2 horas 40 minutos, mientras que de regreso solo tarda 160 minutos, ¿cómo puede explicarlo?
- 3 Juanito recibió varias monedas de su papá. Empezó a contarlas en grupos de dos y le sobró una; las contó en grupos de tres y le sobraron dos; las contó en grupos de cuatro y le sobraron tres; finalmente las contó en grupos de cinco y le sobraron cuatro. ¿Cuántas monedas recibió Juanito?
- 4 Un hombre entró a la tabaquería y compró \$120.00 de productos. Pagó con un billete de \$500.00 y se fue. Más tarde, el comerciante quiso cambiar el billete y le dijeron que era falso. ¿Cuánto dinero perdió el comerciante?
- 5 Una cuerda mide 12 metros. Si cada día le cortan 1 metro, ¿cuántos días pasarán para que esté cortada en 12 trozos?
- 6 Lourdes y Tere salieron de su casa sin dinero. A Lourdes su mamá le dio \$450.00, y a Tere, su mamá le dio \$100.00. Ellas no hicieron ningún gasto ni perdieron nada, pero al llegar a su casa el dinero que tienen las dos suma \$450.00. Explique por qué.

 **Juego 3**

Jun Jun

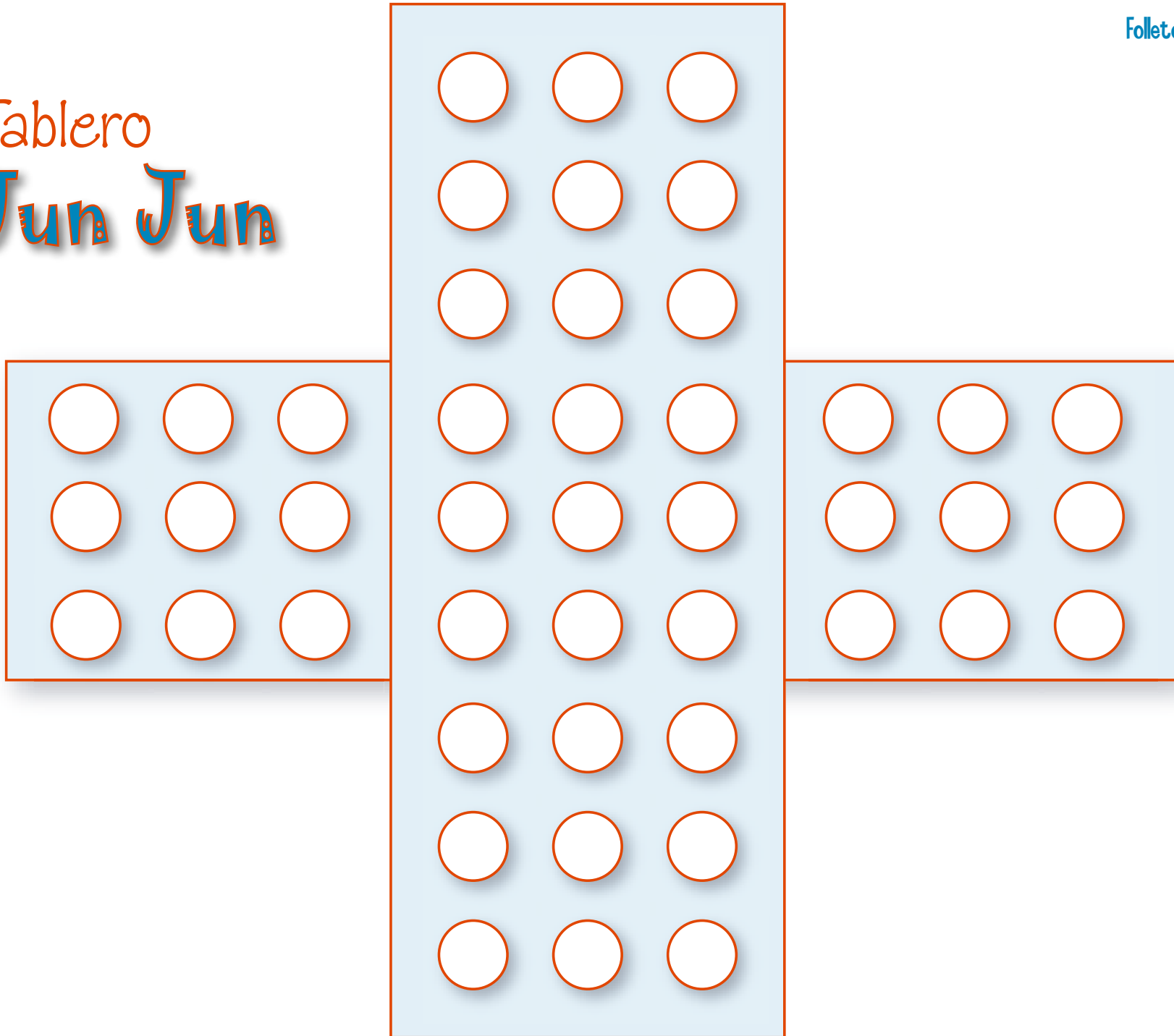
Jun Jun o "Come solo" es un juego originario de Chiapas que consiste en 1 tablero y 45 palitos que se colocan en cada círculo marcado.

Aquí lo podrá jugar con piedritas, fichas o monedas en el tablero de la siguiente página.

Reglas

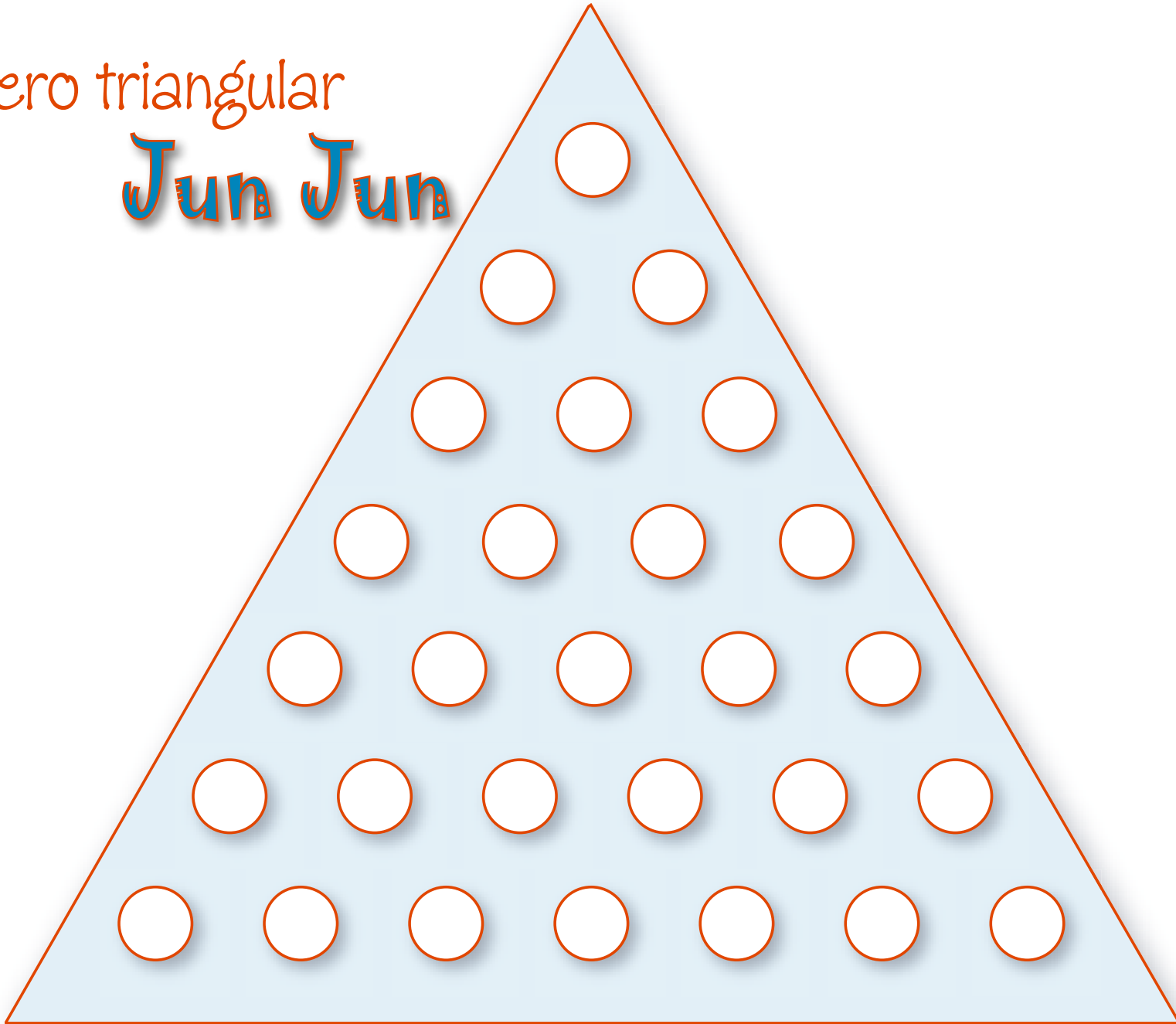
- Se puede jugar solo o con algún compañero.
- Por turnos, se colocan todas las piezas en cada uno de los círculos marcados.
- Se elige una pieza y se retira del tablero.
- El lugar que queda libre se ocupa para saltar otra pieza y comérsela.
- Las piezas se comen de una en una y se va contando cada uno de los movimientos que se hacen.
- Gana quien se quede con una sola pieza y haya hecho menos movimientos.

Tablero Jun Jun



Tablero triangular

Jun Jun



Juego 4

Las joyas

- 1 Un vendedor de joyas llevó al mercado una pulsera con 15 eslabones. Cuando le preguntaron cuánto quería por la pulsera les contestó que 1 peso por el primer eslabón, 2 por el segundo, 4 por el tercero, 8 por el cuarto, y así sucesivamente hasta el último. ¿Cuánto pedía por el último eslabón?
- 2 Rodrigo le dijo a Laurentino: "Dame 1 peso para que tenga el doble que tú". Y Laurentino le contestó: "No, mejor dame 1 peso a mí y así tendremos igual". ¿Cuánto tiene cada uno?
- 3 Sin hacer la operación dé el resultado de la última multiplicación. Luego verifique con su calculadora.

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12,321$$

$$1111 \times 1111 = 1,234,321$$

$$11111 \times 11111 =$$

- 4 ¿Cuánto es la mitad de la mitad?



- 5 Cuando cumplió 14 años, Sofía vendió sus muñecas. Laura le compró la mitad de las muñecas que tenía más media muñeca, y Lupe le compró la mitad de lo que le quedaba y media muñeca más, con lo que se le acabaron las muñecas. ¿Cuántas muñecas tenía Sofía?
- 6 ¿Cuál es la mínima cantidad de eslabones que se necesita abrir para tener los siete eslabones separados de la cadena?
- 7 Distribuya 12 monedas a los lados de un cuadrado, de tal forma que sobre cada lado haya cuatro monedas.



Rompecabezas

Juego 5

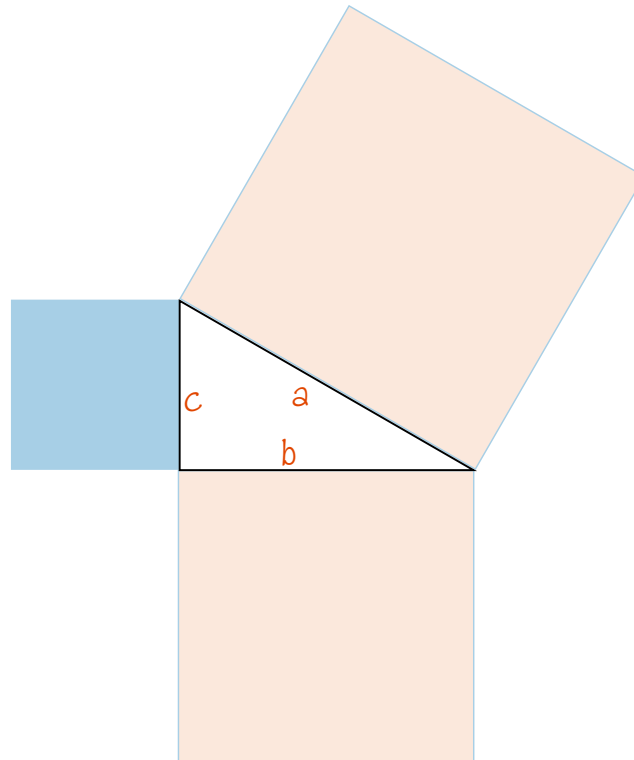
Construya el rompecabezas siguiente y luego ármelo. Siga las instrucciones. Si tiene dificultades para hacer los trazos, consulte la actividad 24 del Libro del adulto, en ella se explica una forma de realizarlos. Haga el ejercicio en las figuras de la página 23.

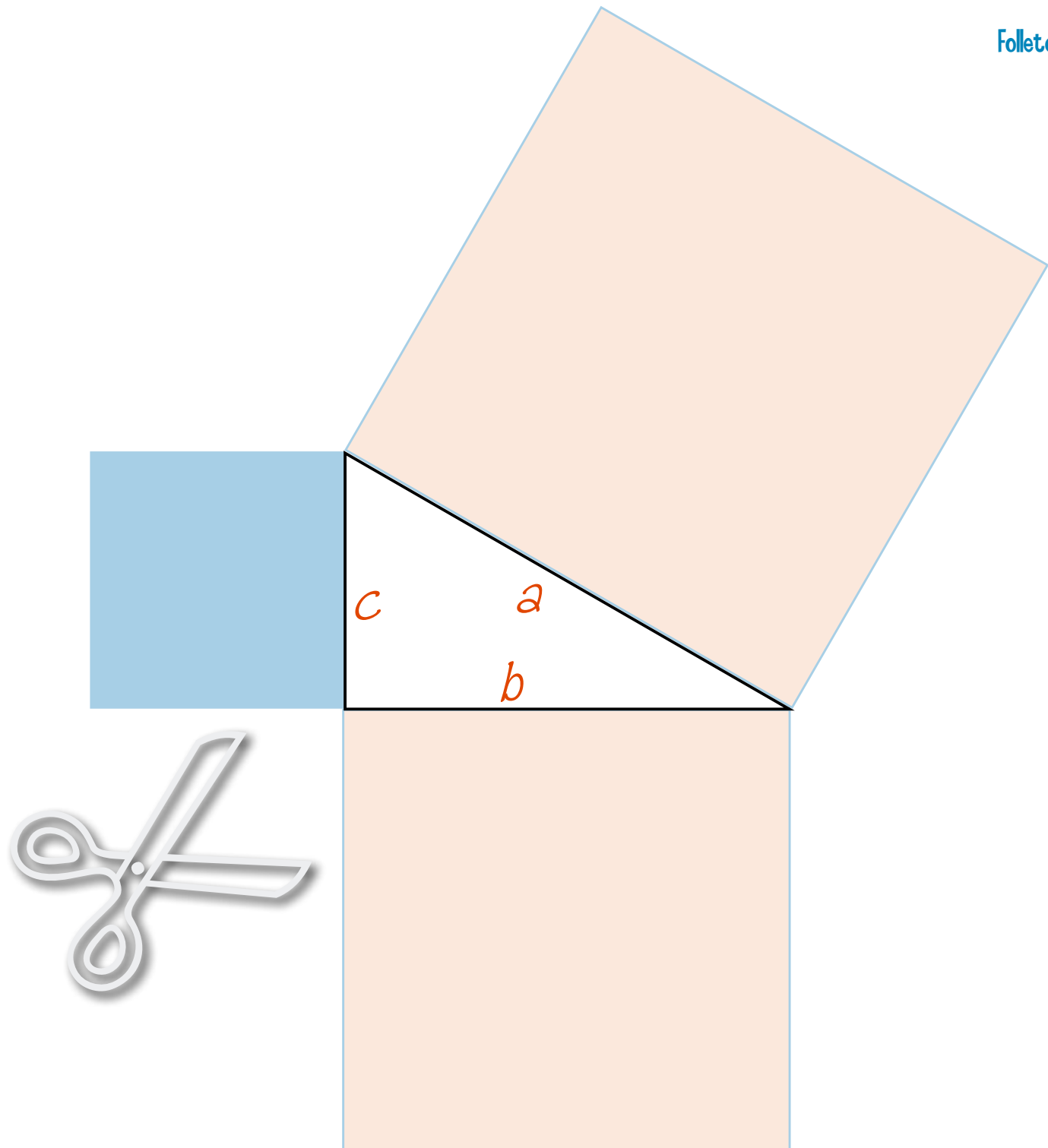
Observe que los catetos del triángulo rectángulo están marcados con las letras c y b , mientras que la letra a corresponde a la hipotenusa.

- 1 Marque el centro del cuadrado construido sobre el cateto b . Para ello trace con lápiz y una regla las diagonales del cuadrado. El centro es el punto donde se cortan las diagonales.
- 2 Con color rojo trace una línea paralela a la hipotenusa que pase por el centro que encontró en el cuadrado. Prolónguela hasta cortar dos lados del cuadrado.
- 3 Con color rojo trace una perpendicular a la hipotenusa que también pase por el centro del cuadrado. Prolónguela hasta cortar dos lados del cuadrado.



- 4 Recorte los cuadrados construidos sobre los catetos y corte por las líneas rojas que trazó en el cuadrado construido sobre el cateto b .
- 5 Coloque las piezas sobre el cuadrado construido sobre la hipotenusa.
- 6 Lea en su Libro del adulto el teorema de Pitágoras.
- 7 ¡Logró comprobar el teorema de Pitágoras!







Juego 6

Crucigrama matemático

Para resolver este crucigrama, usted tendrá que calcular potencias, aplicar la jerarquía de operaciones y resolver ecuaciones sencillas.

Horizontales

1. $6^3 + 4^2 + 5^4 =$
3. $40 + 50 \times 8 + 100 \div 4 =$
6. $a \div 13 = 25$
7. $5a + 4 = 104$
8. $(3 + 3 \times 3) 2 =$
9. $1 \times 10^3 =$
10. $a - 20 = 2$
11. $a - 20 = 900$
12. $3.15 \times 10^6 + 4.8 \times 10^2 =$

Verticales

2. $78 \times 10^4 =$
3. $a + 22 = 65$
4. $a \div 4 = 15.5$
5. $5 + 2 \times 5^2 =$
8. $2 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 =$
9. $1 \times 10^2 + 30 \times 3 + 3 =$
11. $3a = 282$

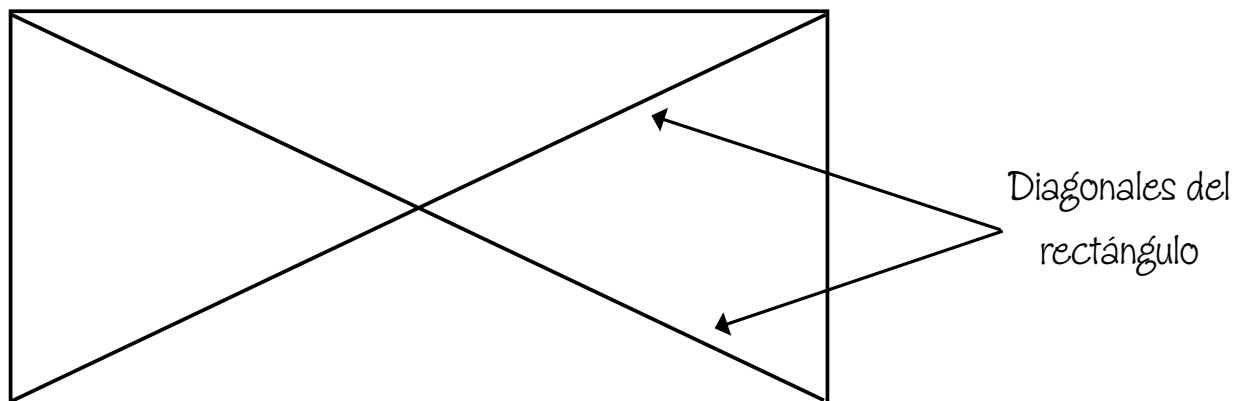
1		2		3	4	5
				6		
	7					
					8	
9					10	
				11		
12						

Construcciones adicionales

Diagonal:

Es la línea que une dos vértices no continuos de una figura.

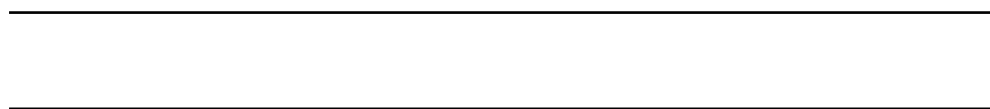
Ejemplo.



Paralelas:

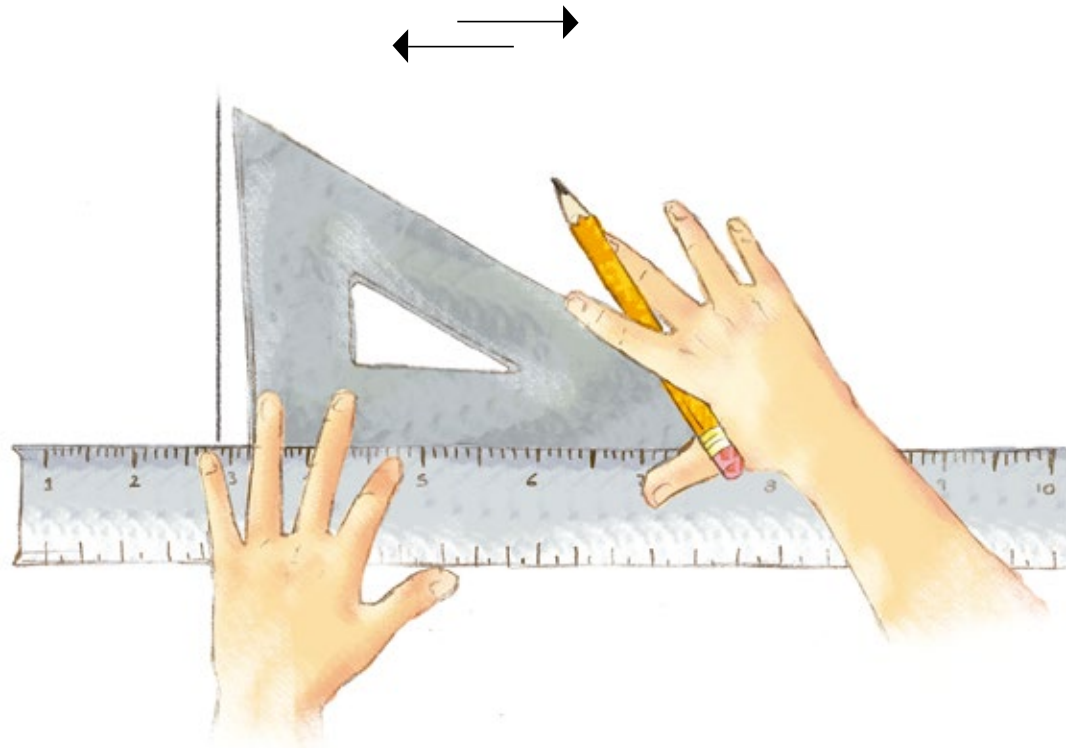
Se dice que dos líneas son paralelas cuando por más que se prolonguen, no llegan a unirse o cortarse.

Ejemplo.



Para trazar con regla y escuadra una paralela a una línea, realice lo siguiente.

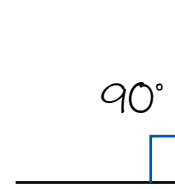
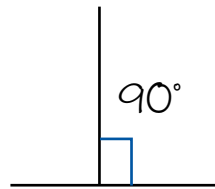
- 1 Coloque sobre la línea uno de los lados de la escuadra que forman un ángulo de 90° .
- 2 Coloque la regla sobre el otro lado del ángulo de 90° de la escuadra.
- 3 Detenga firmemente la regla y deslice la escuadra sobre ella. Trace las líneas paralelas que desee.



Perpendiculares:

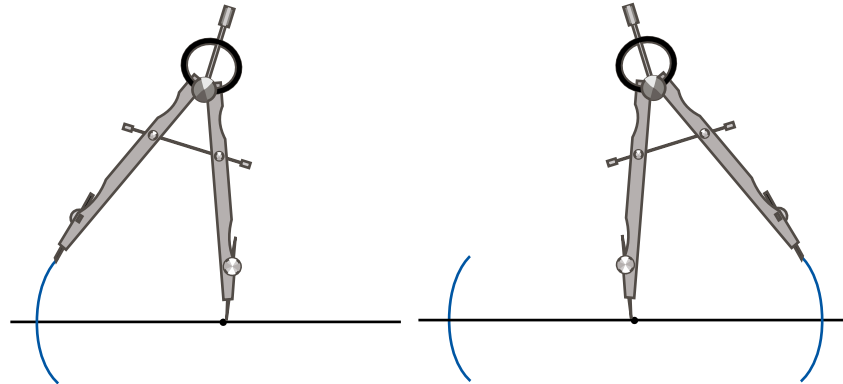
Se dice que dos líneas son perpendiculares cuando forman un ángulo recto.

Ejemplos.

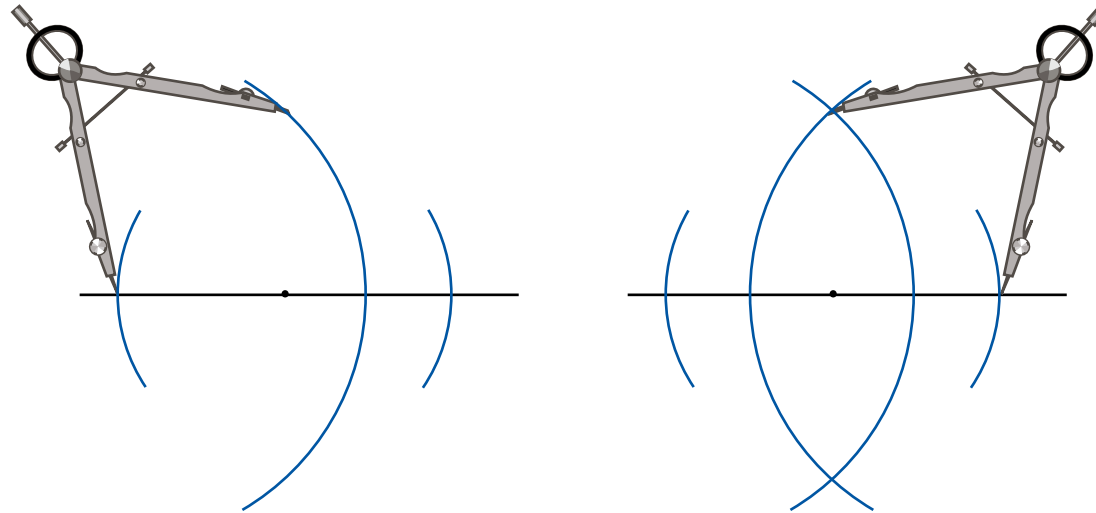


Para trazar con compás y regla una perpendicular a una línea que además pase por un punto específico, realice lo siguiente.

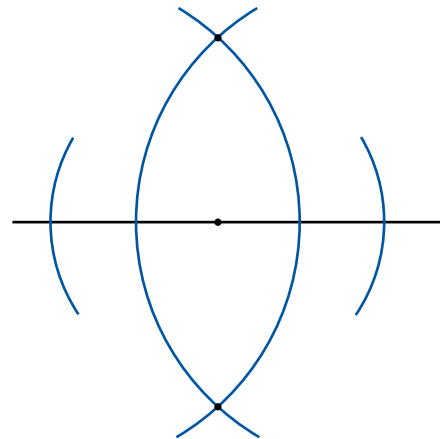
- 1 Abra su compás a una medida que vaya del punto a la línea y que haga dos cortes a esta.



- 2 Coloque la punta del compás en uno de los cortes a la línea y marque el semicírculo en dirección opuesta al punto inicial. Haga lo mismo con el otro corte.



- 3 Una el punto inicial con los puntos donde se cortan los dos trazos.



Respuestas

Juego 1

I

- A) Marca el número 2.
- B) Después de 6 horas de iniciado el reloj, la manecilla vuelve a señalar el número 2.
- C) Marca el número 3.
- D) Después de 7 horas de iniciado el reloj, la manecilla vuelve a señalar el número 3.
- E) Marca el número 3.
- F) Dividí 23 entre 4, que es igual a 5 y residuo 3; entonces, después de 23 horas de iniciado el reloj, la manecilla vuelve a señalar el número 3.
- G) Marca el número 3.
- H) Dividí 1603 entre 4, que es igual a 400 y residuo 3; entonces, después de 1603 horas de iniciado el reloj, la manecilla vuelve a señalar el número 3.

II

- A) Crece de 4 en 4.
- B) De 4.
- C) El 400.
- D) El lugar 12.

- E) Dividí 48 entre 4, que es igual a 12.
- F) Se multiplica por 4 el número de lugar.
- G) $4n$
- H) 100: 400; 150: 600; 500: 2000
- I) el 2: Con la expresión $4n - 2$, y la sucesión es: 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, ... horas
el 3: Con la expresión $4n - 1$, y la sucesión es: 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, ... horas
el 1: Con la expresión $4n - 3$, y la sucesión es: 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, ... horas

III

- A) De 4 en 4.
- B) Sumando 4 al término anterior o multiplicando por 4 el lugar (posición) del término.
- C) Multiplicando por 4 el lugar (posición) del término y restando 1 al resultado.
- D) Multiplicando por 4 el lugar (posición) del término y restando 2 al resultado.
- E) Multiplicando por 4 el lugar (posición) del término y restando 3 al resultado.

IV

1

- A) La diferencia entre los términos es 4.
- B) El residuo siempre es cero.
- C) Multiplicar el lugar que ocupa el término de la sucesión por la diferencia entre los términos de la sucesión y al resultado sumarle el residuo.
- D) Al término de la sucesión restarle el residuo y dividir el resultado entre la diferencia de los términos de la sucesión.

2

- A) Multiplicando por 4 el lugar que ocupa: $4n$.
- B) Multiplicando por 4 el lugar que ocupa y restando 1 al resultado: $4n - 1$.
- C) Multiplicando por 4 el lugar que ocupa y restando 2 al resultado: $4n - 2$.
- D) Multiplicando por 4 el lugar que ocupa y restando 3 al resultado: $4n - 3$.

V

- A) El número 4.
- B) Dividí 800 entre 4, igual a 200 con residuo 0 (cero)

- C) El número 3.
- D) Dividí 1,599 entre 4, igual a 399 con residuo 3 (tres).
- E) El número 1.
- F) Dividí 1,997 entre 4, igual a 449 con residuo 1 (uno).
- G) El número 1.
- H) Dividí 7,597 entre 4, igual a 1,899 con residuo 1 (uno).

Juego 2

- 1 R: El reloj de María se atrasa 10 min (11:50), pero ella cree que se adelanta 5 (11:55). Entonces la hora real en que llega María son 11:55 horas.

El de Humberto se adelanta 5 min (12:05), pero el cree que se atrasa 10 (11:55) por lo que realmente Humberto llega es a las 11:55 horas.

Por lo tanto María y Humberto llegan a la misma hora a la central.

- 2 2 horas 40 minutos son en total 160 minutos que hace de ida, y de regreso hace 160 minutos. Es el mismo tiempo de ida y de regreso.



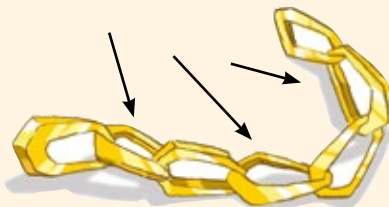
- 3** Un número es 59
 $59 \div 2 = 29$, residuo 1
 Es decir, $29 \times 2 = 58 + 1 = 59$
 $59 \div 3 = 19$, residuo 2
 Es decir, $19 \times 3 = 57 + 2 = 59$
 $59 \div 4 = 14$, residuo 3
 Es decir, $14 \times 4 = 56 + 3 = 59$
 $59 \div 5 = 11$, residuo 4
 Es decir, $11 \times 5 = 55 + 4 = 59$
 Pero si a 59 le sumamos 60 lo que resulta también cumple, y así sucesivamente de 60 en 60; ¡compruébalos!
 59, 119, 179, 239, 299, 359, 419, 479
- 4** \$ 500, suponiendo que dio cambio a quien le compró.
- 5** 11 días, porque al cortar lo que le resta de la cuerda al onceavo día, hará 2 pedazos de un metro.
- 6** \$ 450 es la única cantidad que dio la mamá, de ahí se toman los \$ 100 para Tere.

Juego 3

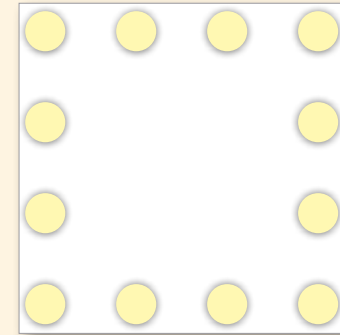
7 movimientos

Juego 4

- 1** 16,384, analiza la secuencia que se genera con los datos que da el problema.
- 2** Rodrigo tiene 7, y Laurentino 5,
 Porque si Rodrigo recibe \$1, entonces tendría
 $7 + 1 = 8$, que sería el doble de lo que le quedaría a Laurentino $5 - 1 = 4$
 Por el contrario, si Rodrigo da \$1, $7 - 1 = 6$ y Laurentino tendrá $5 + 1 = 6$, tendrían lo mismo.
- 3** 123,454,321
- 4** Un cuarto
- 5** 3 muñecas; analiza la situación planteada.
- 6** 3 eslabones.



- 7** El arreglo tiene que ser así:



Juego 6

¹ 8	5	² 7		³ 4	⁴ 6	⁵ 5
		8		⁶ 3	2	5
	⁷ 2	0				
		0			⁸ 2	4
⁹ 1	0	0	0		¹⁰ 2	2
9				¹¹ 9	2	0
¹² 3	1	5	0	4	8	0



GOBIERNO DE
MÉXICO

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



DISTRIBUCIÓN GRATUITA

Este programa es público, ajeno a cualquier partido político. Queda prohibido su uso para fines distintos a los establecidos en el programa.